Inf L_2 RN — Sol Int Algèbre 3 — 2021/2022

Gr $A_1 + A_3$

Q_2 = Résoudre par la méthode du pivot de GAUSS le système (S) suivant :

$$(S) : \begin{cases} x - y + z - t = 0 \\ x + 2y - 3z = 1 \\ -x + y - z + 2t = -3 \\ 2x - 3y + 5t = 2 \end{cases}$$

On écrit la matrice augmentée :

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 2 & -3 & 0 & 5 & 2 \end{array}\right]$$

1

1ère étape : $a_{11} = 1 \neq 0$

$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$

$L_3 \leftarrow L_3 + L_1$

$L_4 \leftarrow L_4 - 2L_1$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & -2 & 7 & 2 \end{array}\right]$$

3

2ème étape : $a_{22} = 3 \neq 0$

$L_3 \leftarrow L_3$

$L_4 \leftarrow L_4 + 1/3\, L_2$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -\frac{10}{3} & \frac{22}{3} & \frac{7}{3} \end{array}\right]$$

2

3ème étape : On observe que $a_{33} = 0$, alors on permute L_3 avec L_4, on aura :

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{10}{3} & \frac{22}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right]$$

1

on obtient :

$\boxed{t = -3}$

$-\frac{10}{3} z + \frac{22}{3} t = 7/3 \Rightarrow \boxed{z = \frac{59}{10}}$

$3y - 4z + t = 1 \Rightarrow \boxed{y = \frac{46}{5}}$

$x - y + z - t = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{10}}$

4

La solution du système (S) est $(x ; y ; z ; t) = \left(\frac{3}{10} ; \frac{46}{5} ; \frac{59}{10} ; -3\right)$

Solution Int Algèbre 03 2021.2022

Gr $A_2+A_4+A_5+A_7$

$$(S): \begin{cases} x+y+z-t=1 \\ 2x-3y+t=2 \\ 2x+3y-z+2t=3 \\ x-y-z+5t=-1 \end{cases}$$

, On utilise la méthode du pivot de GAUSS pour résoudre (S).

La matrice augmentée est:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & 5 & -1 \end{array}\right]$$

1

1ère étape: $a_{11}=1\neq 0$.

3

$L_2 \leftarrow L_2-2L_1$

$L_3 \leftarrow L_3-2L_1$

$L_4 \leftarrow L_4-L_1$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 6 & -2 \end{array}\right]$$

2ème étape: $a_{22}=-5\neq 0$

2

$L_3 \leftarrow L_3+\frac{1}{5}L_2$

$L_4 \leftarrow L_4-\frac{2}{5}L_2$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{17}{5} & \frac{23}{5} & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{24}{5} & -2 \end{array}\right]$$

3ème étape: $a_{33}=-\frac{17}{5}\neq 0$

1

$L_4 \leftarrow L_4-\frac{6}{17}L_3$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{17}{5} & \frac{23}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{54}{17} & -\frac{40}{17} \end{array}\right]$$

$\frac{54}{17}t=-\frac{40}{17} \Rightarrow \boxed{t=-\frac{20}{27}}$

$-\frac{17}{5}z+\frac{23}{5}t=1 \Rightarrow \boxed{z=-\frac{35}{27}}$

4

$-5y-2z+3t=0 \Rightarrow \boxed{y=\frac{2}{27}}$

$x+y+z-t=1 \Rightarrow \boxed{x=\frac{40}{27}}$

$(x,y,z,t)=\left(\frac{40}{27};\frac{2}{27};-\frac{35}{27};-\frac{20}{27}\right)$ est solution du système (S).

Exo2: 4pts.

Info L_2(RN) Sol Int Algèbre 03 2021 / 2022

Gr $A_6 + A_8$

Q_2 : Résoudre par la méthode du pivot de GAUSS, le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x - z + y - t = 0 \\ 2x - y + z + 3t = 1 \\ 2y - x - z + 5t = 2 \\ y - x + 3z = -1 \end{cases}$$

On écrit la matrice augmentée :

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -1 \end{array}\right] \quad 1$$

<u>1ère étape</u> : $a_{11} = 1 \neq 0$

$$3 \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 + L_1 \end{array} \longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & \boxed{-3} & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & -1 & -1 \end{array}\right]$$

<u>2ème étape</u> : $a_{22} = -3 \neq 0$

$$2 \quad \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 + L_2 \\ L_4 \leftarrow L_4 + \frac{2}{3} L_2 \end{array} \longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}\right]$$

<u>3ème étape</u> : $a_{33} = 1 \neq 0$

$$1 \quad L_4 \leftarrow L_4 - 4L_3 \longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{101}{3} & -\frac{37}{3} \end{array}\right]$$

$-\frac{101}{3} t = -\frac{37}{3} \Rightarrow \boxed{t = \frac{37}{101}}$

$z + 9t = 3 \Rightarrow \boxed{z = -\frac{30}{101}}$ 4

$-3y + 3z + 5t = 1 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{2}{101}}$

$x + y - z - t = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{9}{101}}$

$(x, y, z, t) = \left(\frac{9}{101} ; \frac{-2}{101} ; -\frac{30}{101} ; \frac{37}{101} \right)$ est solution de (S).