**Examen de remplacement d’Analyse 1**

**Exercice 1 : (06 points)**

Soit $f : N\rightarrow Z$ l’application définie par :

$$f\left(n\right)=\left\{\begin{array}{c}\frac{n}{2} si n est pair\\-\frac{n+1}{2} si n est impair\end{array}\right.$$

Montrer que $f $est bijective et déterminer sa réciproque.

**Exercice 2 : (06 points)**

Soit la fonction définie par la formule :

$$f\left(x\right)=\frac{2-\sqrt{2x\left(1+x^{2}\right)}}{x-1}$$

1. Donner l’ensemble de définition de cette fonction.
2. En effectuant un DL à l’ordre 1 du numérateur, montrer que cette fonction se prolonge par continuité en 1. Notons encore $f$ la fonction ainsi prolongée.
3. En effectuant un DL à l’ordre 3 du numérateur, montrer que $f$ est dérivable au point 1 et
donner l’équation de sa tangente $t\left(x\right)$ en ce point.
4. En effectuant un DL à l’ordre 4 du numérateur, préciser si au voisinage de 1 on a$ f\left(x\right)\geq t\left(x\right)$ ou $f\left(x\right)\leq t\left(x\right)$ ou ni l’une ni l’autre inégalité.

**Exercice 3 : (06 points)**

Soit la fonction définie par la formule :

$$f\left(x\right)=\arcsin(\left(1-2cos^{4}x\right))$$

1. Montrer que 𝑓 est définie et continue sur ℝ ;
2. Montrer que 𝑓 est périodique, déterminer sa période. Quelle est la parité de 𝑓 ? En déduire son intervalle d’étude 𝐼 ;
3. Calculer la dérivée de 𝑓. On l’exprimera sous la forme la plus simple possible ;
4. Dresser le tableau de variation de 𝑓.

**Bon Courage**