Série de TD n°1 d'Analyse 2

Exercice 1 :

Calculer les primitives et intégrales suivantes :

$$\int \left(\frac{x^3}{2} - 4x^2 - \frac{3}{x^2}\right) dx \ ; \ \int \frac{3x^2}{x^3+5} dx \ ; \ \int \left(\frac{1-x+2\sqrt{x}}{x}\right) dx \ ; \ \int_0^1 x^3 e^{x^4} dx$$

$$\int_3^1 2x^3 \left(x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{2}\right) dx \ ; \ \int \frac{x^4}{(x^5+3)^2} dx$$

Exercice 2 :

A l'aide d'un changement de variable adéquat, calculer les intégrales suivantes :

$$\int \frac{dx}{(3x-2)} \ ; \ \int_0^1 x^2\sqrt{1+x^3}\, dx \ ; \ \int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx \ ; \ \int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^x+1} dx \ ; \ \int \sqrt{e^x - 1}\, dx$$

Exercice 3 :

En intégrant par partie, calculer :

$$\int x e^{-x} dx \ ; \ \int_1^2 x^2 \ln x \, dx \ ; \ \int x\cos(3x)\, dx \ ; \ \int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \ ; \ \int \arctan x \, dx \ ; \ \int_0^1 \ln(1+x^2)\, dx$$

Exercice 4 :

Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x}{(x-1)^2}$$

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f ;
2. Prouver l'existence de trois nombre réels a, b et c, tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$$

3. En déduire la primitive de f

Exercice 5 : (à faire)

Soit l'intégrale suivante :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^n dx \quad (n \in \mathbb{N})$$

Montrer que $I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$. Expliciter I_n. En déduire $\int_{-1}^{+1} (1-x^2)^n dx$.