Département: FI(LMD)SECSG **Série de TD N°1 Math(II)** **Février 2022**

Université De Bejaia **Calculs Matriciels**

1^{ere} Année

Exercice1. On considère les matrices suivantes :

$$A=(a_{ij})_{\substack{1\le i\le 3\\ 1\le j\le 3}} \text{ telle que pour tout } i=\overline{1,3}\ et\ j=\overline{1,3},\ a_{ij}=\begin{cases}1, & si\ i=j\\ j-i, & si\ i>j\\ i+j, & si\ i<j\end{cases} \text{ et } B=\begin{pmatrix}2 & -3 & 5\\ 27 & -33 & 54\end{pmatrix}$$

1. Donner la dimension de A et B.
2. Déterminer la matrice A et les éléments de la matrice B : b_{12}, b_{21}et b_{23}.
3. Donner la transposée de A et B ainsi la dimension de chaque transposée.

Exercice2. I- On considère les matrices suivantes :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ \frac{4}{3} & 0\end{pmatrix} \blacksquare B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ \frac{2}{5} & -4\end{pmatrix} \blacksquare C=\begin{pmatrix}-2 & 3 & -1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}.$$

Déterminez, si possible, les matrices suivantes:$\blacksquare A+B$ $\blacksquare A^t+B^t$ $\blacksquare B+A$ $\blacksquare 3A-5B$ $\blacksquare A+C$ $\blacksquare AB$ $\blacksquare B^tA^t$$\blacksquare(2A)\left(\frac{-3}{2}B\right)$ $\blacksquare BA$ $\blacksquare CB$ $\blacksquare C^2$ $\blacksquare CC^t$.

II- Soit $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$. Calculer $A^3-A^2+A-I_3$.

Exercice3. **I-** Calculer les déterminants suivants en développant par une ligne ou une colonne

$$\blacksquare \begin{vmatrix}-4 & -3\\ 3 & -3\end{vmatrix} \blacksquare \begin{vmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 4\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix} \blacksquare \begin{vmatrix}1 & 0 & 2 & -1\\ 2 & 1 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 4 & 0\end{vmatrix}.$$

II- Calculer les déterminants suivants par la méthode de Sarrus:$\blacksquare \begin{vmatrix}-1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 4\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix} \blacksquare \begin{vmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{vmatrix}$

Exercice4. **I- a.** Calculer, si possible, l'inverse de chacune des matrices suivantes :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix} \blacksquare B=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix} \blacksquare C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 4 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

b. La matrice AB est-elle inversible ? (Justifiez !).

II- Calculer $AB=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$. Conclure.

III- On reprend la partie II de l'exercice 2. Déduire que la matrice A est inversible et donner son inverse A^{-1}.

Exercice5. Donner la forme échelonnée à $A\ et\ B$:

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 2 & 1\\ 2 & -2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -2 & 0\end{pmatrix} \blacksquare B=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & -2 & 0 & 4\\ 2 & 2 & -1 & 2 & 7\end{pmatrix}.$$