Série de TD n°2 d'analyse 2

Exercice 1 :

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$y' = 2x^2 - 1\ ;\ y' - xy = 0; xy' - y = 0; y' - e^x y = 0;\ \sqrt{4 - x^2}y' - xy = 0;$$
$$(1 + x^2)y' + 3xy = 0\ ; xy' = y + xy$$

Déterminer la solution de l'équation différentielle suivante :

$$x^2 y' - y = 0$$

vérifiant la condition $y(2) = 1$.

Exercice 2 :

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$y' = -5y + 3\ ;\ y' = -y + xe^{-x} + 1\ ; y' = 3y + \sin(3x)\ \ ; y' = y + \sin x + 2\cos x\ ;$$
$$3y' = -2y + x^3 + 6x + 1$$

Déterminer la solution de l'équation différentielle suivante :

$$y' = -3y + 4e^x$$

vérifiant la condition $y(0) = -2$.

Exercice 3 :

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2\ ; y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$$

Exercice 4 :

On appelle équation de Bernoulli, l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$y'(x) = a(x)y(x) + b(x)y(x)^n\ (n > 0 \text{ et } n \neq 1)$$

En utilisant le changement de variable $z(x) = y(x)^{1-n}$, montrer que l'équation de Bernoulli se réduit à une équation différentielle linéaire du premier ordre. Application : $y' = y + y^2$

Exercice 5 :

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$y'' + 6y - 1 = 0\ ; 3y'' + 2y + 4y = 0\ ;\ y'' - 6y + 3 = 0\ ;\ 4y'' + 4y' + y = (x^3 + 1)e^{-\frac{x}{2}}$$
$$y'' - 4y' + 5y = xe^x\cos(2x)\ \ ; y'' + 4y' + 4 = xe^{-2x}\ln x\ ;\ y'' + y' + 2y = \frac{2xe^{2x}}{1 + x^2}$$

Exercice 6 : (à faire) Résoudre l'équation différentielle $\cos(x)\, y'' - 2\sin(x)\, y' - 2\cos(x)\, y = e^x$ en posant $y(x) = z(x)/\cos(x)$.