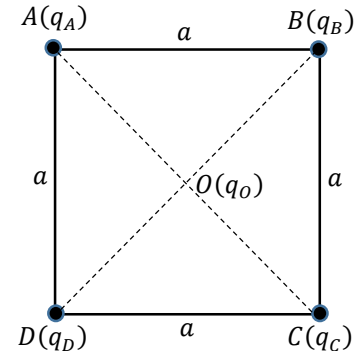


**Série spéciale de Physique 2**

**Exercice 1 :**

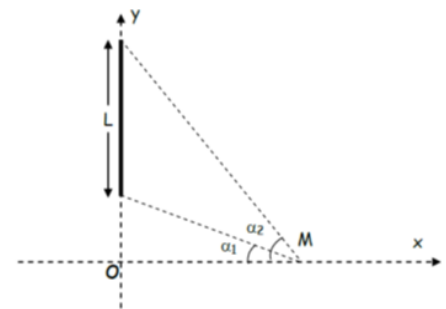
Quatre charges ponctuelles  $q_A = 2q_B = -q_C = -2q_D = 2q$  ( $q > 0$ ) sont fixées aux sommets  $A, B, C$  et  $D$  d'un carré de coté  $a$ . Une cinquième charge  $q_0 > 0$  est maintenu fixe au centre  $O$  du carré (figure ci-contre).



1. Déterminer l'expression de la force électrostatique totale  $\vec{F}(O)$  qui s'exerce sur la charge en  $O$  ;
2. Trouver l'expression du champ électrostatique  $\vec{E}(O)$  résultant au point  $O$  en utilisant deux méthodes différentes ;
3. Donner l'expression du potentiel résultant  $V(O)$  au point  $O$  ;
4. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle électrostatique  $E_p(O)$  de la charge  $q_0$  ?
5. Calculer l'énergie interne  $U$  du système de charges ( $q_A, q_B, q_C, q_D$ ).

**Exercice 2 :**

I- Un fil de longueur  $L$  uniformément chargé par une densité linéique positive  $\lambda_1 = \lambda$ . Il est placé suivant l'axe des  $Y$  (Figure 1).

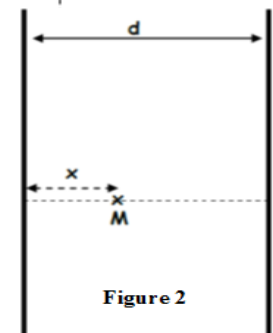


- 1- Donner l'expression des composantes du champ électrique créée par ce fil au point  $M$  situé sur l'axe des  $x$ , tel que  $OM = x$ , en fonction de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ .

2- Montrer que ce champ s'écrit :

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_1}{x} \vec{i} \quad (\text{lorsque le fil devient infini})$$

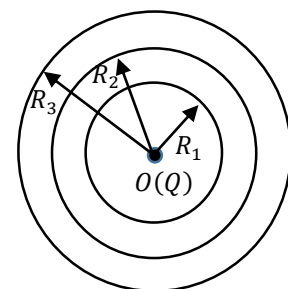
II- On place maintenant un second fil infini de densité linéique  $\lambda_2 = -\lambda$ , à une distance  $d$  du premier fil (Figure 2).



- Donner l'expression du vecteur champ électrique créée par les deux fils en un point  $M$  situé à une distance  $x$  du premier fil.

**Exercice 3 :**

Soit la distribution continue de charges de la figure ci-contre constituée d'une charge ponctuelle  $Q$ , fixée au point  $O$ , et de trois sphères conductrices et concentriques de rayons  $R_1, R_2$  et  $R_3$  et portant les charges  $-Q, +2Q$  et  $3Q$ , respectivement.



1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}(M)$  produit par cette distribution de charges en tout point  $M$  de l'espace, tel que  $OM = r$ . Distinguer les régions :  $r < R_1, R_1 < r < R_2, R_2 < r < R_3, r > R_3$
2. En déduire l'expression du potentiel électrique  $V(M)$  produit par cette distribution dans la région  $r > R_3$ , sachant que le potentiel est une grandeur nulle à l'infini.

**Exercice 04:** (les parties A et B sont indépendantes)

**Partie A**

I) Soit une sphère conductrice  $S_1$  de rayon  $R_1$  portée au potentiel  $V_1$ .

I- Calculer la charge  $q_1$  portée par cette sphère.

II On isole  $S_1$  de la source de potentiel  $V_1$ . Après l'avoir chargé puis on la relie à la sphère conductrice  $S_2$  de rayon  $R_2$  initialement neutre par un fil conducteur très long.

- Calculer la charge portée par chaque sphère
- Calculer le champ électrique au voisinage de chaque sphère
- Donner l'énergie de l'ensemble avant et après connexion.

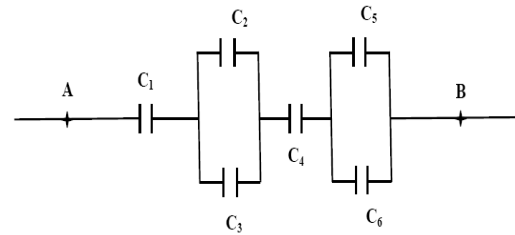
**Partie B**

On donne les valeurs des capacités représentées sur la figure :

$$C_1 = C_5 = C_6 = 5\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 7\mu F, C_4 = 10\mu F.$$

La différence de potentiel entre les bornes A et B est :  $V_{AB} = 1000V$ .

- Déterminer la capacité équivalente  $C_{AB}$  du circuit.
- Déterminer la charge équivalente  $Q_{AB}$  du condensateur équivalente.
- Déterminer la charge et la différence de potentiel de chaque condensateur.



**Exercice supplémentaire :**

**Exercice S1:**

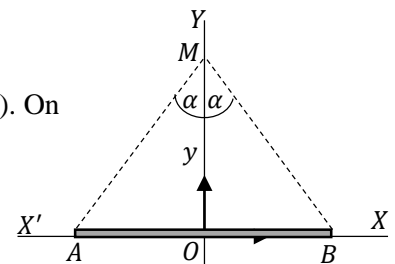
Deux charges ponctuelles identiques  $q_A = q_B = q > 0$  sont placées respectivement aux points A et B de l'axe  $OY$ , tels que  $OA = OB = a$ . Une troisième charge positive  $Q$  est placée en un point M sur l'axe  $OX$ , tel que  $OM = x$ .

- Trouver l'expression du champ électrique et du potentiel électrostatique au point M.
- Déterminer la force résultante  $\vec{F}$  exercée par les charges  $q_A$  et  $q_B$  sur la charge  $Q$  et son module
- Trouver la position  $x$  pour que  $\vec{F}$  soit maximal.
- Trouver l'expression de la force résultante  $\vec{F}$  si  $q_A = q$  et  $q_B = -q$  avec  $q > 0$ .
- Donner l'énergie potentiel de la charge Q.
- Calculer l'énergie potentiel du système forme par les trois charges.

**Exercice S2**

Un fil fini, assimilé à un segment de droite  $AB$  porté par l'axe  $(OX)$ , est uniformément chargé avec une densité linéique positive  $\lambda$  (figure ci-contre). On désigne par  $O$  le milieu du segment  $AB$ .

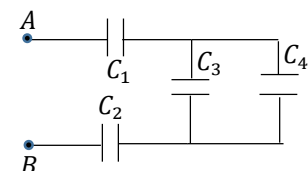
- Déterminer l'expression du champ électrique  $\vec{E}(M)$  créée par cette distribution en tout point M de l'axe  $(OY)$ , tel que  $OM = y > 0$ .
- Que devient l'expression de ce champ dans les cas suivants :
  - le point M est très éloigné de l'origine  $O$  ;
  - le point est très proche du fil chargé.



**Exercice S3:**

Soit l'assemblage de condensateur de la figure ci-contre, où :

$$C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 4C_4 = C = 24\mu F$$



- Calculer la capacité équivalente  $C_{eq} = C_{AB}$  à ce montage entre les points A et B;
- On relie ces deux points à un générateur délivrant une tension continue  $U = 220V$ . A l'équilibre, calculer la charge portée par chaque condensateur et la différence de potentiel entre ses bornes.

Corrigé

**Exercice 01**

D'après l'énoncé on a:

$$q_A = 2q, q_B = q, q_C = -2q \text{ et } q_D = -q$$

La force électrostatique appliquée sur la charge  $q_0$  sera la somme des forces appliquées par les quatre charges placées aux sommets du carré sur cette charge, donc :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O} + \vec{F}_{C/O} + \vec{F}_{D/O}$$

$$OA = OB = OC = OD = a/\sqrt{2}$$

$$\vec{u}_{A/O} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j} = 1/\sqrt{2}\vec{i} - 1/\sqrt{2}\vec{j}; \vec{u}_{B/O} = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j} = -1/\sqrt{2}\vec{i} - 1/\sqrt{2}\vec{j}$$

$$\vec{u}_{C/O} = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j} = -1/\sqrt{2}\vec{i} + 1/\sqrt{2}\vec{j}; \vec{u}_{D/O} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{i} + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{j} = 1/\sqrt{2}\vec{i} + 1/\sqrt{2}\vec{j}$$

$$\vec{F}_{A/O} = \frac{kq_A q_0}{AO^2} \vec{u}_{A/O} = \frac{2kq q_0}{(a/\sqrt{2})^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{2\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{F}_{B/O} = \frac{kq_B q_0}{BO^2} \vec{u}_{B/O} = \frac{kq q_0}{(a/\sqrt{2})^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{F}_{C/O} = \frac{kq_C q_0}{CO^2} \vec{u}_{C/O} = \frac{-2kq q_0}{(a/\sqrt{2})^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{2\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{F}_{D/O} = \frac{kq_D q_0}{DO^2} \vec{u}_{D/O} = \frac{-kq q_0}{(a/\sqrt{2})^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O} + \vec{F}_{C/O} + \vec{F}_{D/O} = \frac{2\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (\vec{i} - \vec{j}) + \frac{\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j}) + \frac{2\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (\vec{i} - \vec{j}) + \frac{\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j}) = \frac{2\sqrt{2}kq q_0}{a^2} (\vec{i} - 3\vec{j})$$

N.B. Il est aussi possible déduire  $\vec{F}_{C/O}$  et  $\vec{F}_{D/O}$  directement à partir  $\vec{F}_{A/O}$  et de  $\vec{F}_{B/O}$

2- Calcul de champ électrique :

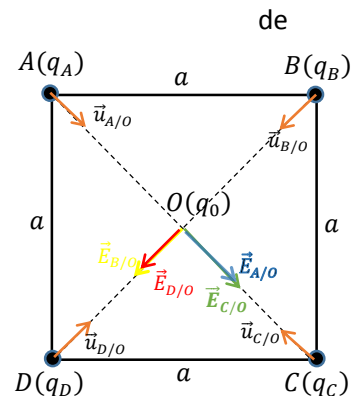
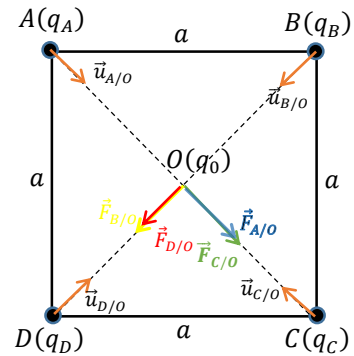
1<sup>ère</sup> methode :

$$\vec{F}(O) = q_0 \vec{E}(O) \rightarrow \vec{E}(O) = \frac{\vec{F}(O)}{q_0} = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} (\vec{i} - 3\vec{j})$$

2<sup>ème</sup> methode :

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{C/O} + \vec{E}_{D/O}$$

$$\vec{E}_{A/O} = \frac{kq_A}{AO^2} \vec{u}_{A/O} = \frac{2kq}{(a/\sqrt{2})^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} (\vec{i} - \vec{j})$$



$$\vec{E}_{B/O} = \frac{kq_B}{BO^2} \vec{u}_{B/O} = \frac{kq}{(a/\sqrt{2})^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{E}_{C/O} = \frac{kq_C}{CO^2} \vec{u}_{C/O} = \frac{-2kq}{(a/\sqrt{2})^2} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} (\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{E}_{D/O} = \frac{kq_D q_0}{DO^2} \vec{u}_{D/O} = \frac{-kq q_0}{(a/\sqrt{2})^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{E}(O) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} (\vec{i} - \vec{j}) + \frac{\sqrt{2}kq}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j}) + \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} (\vec{i} - \vec{j}) + \frac{\sqrt{2}kq}{a^2} (-\vec{i} - \vec{j}) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2} (\vec{i} - 3\vec{j})$$

3 Le potentiel :

$$V(O) = V_A + V_B + V_C + V_D$$

$$V_A = \frac{kq_A}{OA} = \frac{2\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V_B = \frac{kq_B}{OB} = \frac{\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V_C = \frac{kq_C}{OC} = -\frac{2\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V_D = \frac{kq_D}{OD} = -\frac{\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V(O) = 0$$

4 L'énergie potentiel de la charge  $q_0$

$$E_p = q_0 V(O) = 0$$

5 L'énergie interne du système (on va la notée  $U_p$ )

$$U_p = \sum_i \sum_{j>i} \frac{kq_i q_j}{r_{ij}} = \frac{kq_A q_B}{AB} + \frac{kq_A q_C}{AC} + \frac{kq_A q_D}{AD} + \frac{kq_B q_C}{BC} + \frac{kq_B q_D}{BD} + \frac{kq_C q_D}{CD}$$

$$U_p = \frac{2Kq^2}{a} - \frac{4Kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{2Kq^2}{a} - \frac{2Kq^2}{a} - \frac{Kq^2}{a\sqrt{2}} + \frac{2Kq^2}{a} = -\frac{5Kq^2}{\sqrt{2}a}$$

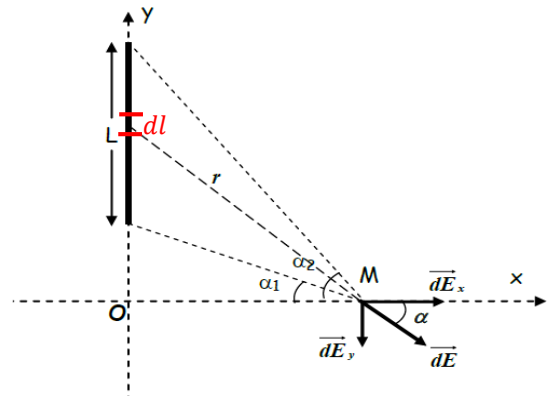
### Exercice 02 :

#### I- Champ crée par le fil au point M :

Soit un élément de longueur  $dl$  porte une charge élémentaire  $dq$ . Cette charge génère au point M un champ élémentaire  $d\vec{E}$  son expression est donnée par:

$$\vec{dE} = \frac{k dq}{r^2} \vec{u} = \frac{k \lambda_1 dy}{r^2} \vec{u}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = dE \cos \alpha \\ dE_y = -dE \sin \alpha \end{cases}$$



On exprime tout en fonction de alpha:

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow r = \frac{x}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

Donc

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = dE \cos \alpha = \frac{k\lambda_1 dy}{r^2} \cos \alpha = \frac{k\lambda_1}{x} \cos \alpha d\alpha \\ dE_y = -dE \sin \alpha = -\frac{k\lambda_1 dy}{r^2} \sin \alpha = -\frac{k\lambda_1}{x} \sin \alpha d\alpha \end{cases}$$

En intégrant entre  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  :

$$E_x = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{k\lambda_1}{x} \cos \alpha d\alpha = \frac{k\lambda_1}{x} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$

$$E_y = -\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{k\lambda_1}{x} \sin \alpha d\alpha = \frac{k\lambda_1}{x} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$$

2 Si le fil est infini donc:  $\alpha_1 = -\pi/2$  et  $\alpha_2 = \pi/2$

$$E_x = \frac{2k\lambda_1}{x} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}$$

$$E_y = 0$$

$$\vec{E}_M = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i}$$

**N.B.** Le champ électrique créé par un fil infini en un point dans l'espace est perpendiculaire sur le fil et son module ne dépend que de la distribution de charge et la distance orthogonale entre le point et le fil.

### II- Champ créée par les deux fils.

En utilisant le principe de superposition :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Avec  $\vec{E}_1$  le champ électrique créé par le premier fil et  $\vec{E}_2$  le champ électrique créé par le second fil.

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \vec{i}$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{\lambda_2}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \vec{i} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \vec{i}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left( \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \right) \vec{i}$$

### Exercice 3

#### 1. Champ électrique $\vec{E}(M)$ créé en $M$

Soit  $q_p = Q$  la charge ponctuelle,  $q_{s1} = -Q$  la charge de la première sphère,  $q_{s2} = 2Q$  la charge de la dixième sphère et ,  $q_{s3} = 3Q$  la charge de la troisième sphère.

Le théorème de Gauss énonce que :

$$\oiint \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

En coordonnées sphériques le champ électrostatique s'écrit :

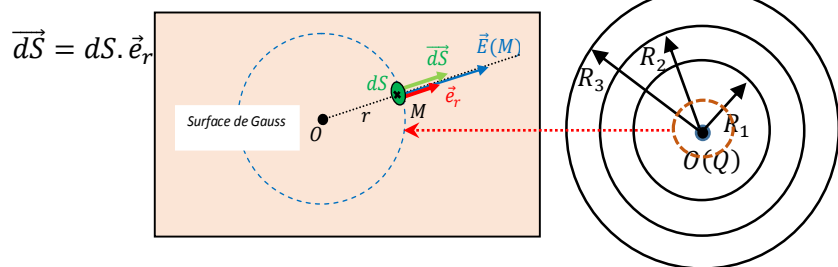
$$\vec{E}(M) = E_r \cdot \vec{e}_r + E_\varphi \cdot \vec{e}_\varphi + E_\theta \cdot \vec{e}_\theta$$

En raison de la symétrie sphérique de la distribution, le champ est radial (Le champ est porté par la droite (OM)) :

$$\vec{E}(M) = E_r \cdot \vec{e}_r$$

On choisit comme surface de Gauss, la surface  $S$  d'une sphère imaginaire de centre  $O$  et de rayon  $r = \|\overrightarrow{OM}\|$ .

Considérons une surface élémentaire  $dS$  centré en  $M$ . Le vecteur  $d\vec{S}$  est perpendiculaire à la tangente en  $M$  et se dirige vers l'extérieur de la surface de Gauss.



Le flux du champ à travers la surface de Gauss est donc:

$$\oiint \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \oiint E_r \cdot dS = E_r \oiint dS = E_r \cdot 4\pi r^2$$

La loi de Gauss nous donne le champ radial :

$$E_r = \frac{q_{int}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

La charge à l'intérieur de la surface de Gauss dépend de la position du point  $M$  dans l'espace. D'après la distribution de charges, on distingue 4 régions :

**Région 1 ( $r < R_1$ )**

$$q_{int} = Q$$

Le champ créé dans cette région est :

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}_1(M) = E_r \cdot \vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$$

**Région 2 ( $R_1 < r < R_2$ )**

$$q_{int} = q_0 + q_{s_1} = Q - Q = 0$$

On obtient le champ suivant :

$$E_r = 0$$

$$\vec{E}_2(M) = \vec{0}$$

**Région 3 ( $R_2 < r < R_3$ )**

$$q_{int} = q_0 + q_{s_1} + q_{s_2} = Q - Q + 2Q = 2Q$$

Le champ sera donné par:

$$E_r = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}_3(M) = E_r \cdot \vec{e}_r = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$$

**Région 4 ( $r > R_3$ )**

$$q_{int} = q_0 + q_{S_1} + q_{S_2} + q_{S_3} = Q - Q + 2Q + 3Q = 5Q$$

Le champ sera donné par:

$$E_r = \frac{5Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}_4(M) = E_r \cdot \vec{e}_r = \frac{5Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$$

**2. Calcul du potentiel (J'ai fait le calcul de V pour tous les régions en TD faire juste le cas  $r > R_3$ )**

• **région 4 ( $r > R_3$ )**

En coordonnées sphériques, le potentiel est donné par:

$$V_4(r) = - \int \vec{E}_4 \cdot \vec{dl} = - \int E_r dr$$

On obtient:

$$V_4(r) = - \int \frac{5Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

Après intégration, nous obtenons :

$$V_4(r) = \frac{5Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$$

On a :

$$V_4(+\infty) = 0 + C = 0$$

On trouve :

$$V_4(r) = \frac{5Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

• **région 3 ( $R_2 < r < R_3$ )**

$$V_3(r) = - \int \vec{E}_3 \cdot \vec{dl} = - \int E_r dr$$

On obtient:

$$V_3(r) = - \int \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

Après intégration, nous obtenons :

$$V_3(r) = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$$

La continuité de potentiel  $V_3(r = R_3) = V_4(r = R_3)$

$$\frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R_3} + C = \frac{5Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$C = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$V_3(r) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R_3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{r} + \frac{3}{R_3} \right)$$

• **région 2 ( $R_1 < r < R_2$ )**

$$V_2(r) = - \int \vec{E}_2 \cdot \vec{dl} = C$$

La continuité de potentiel  $V_2(r = R_2) = V_3(r = R_2)$

$$C = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} \right)$$

$$V_2(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} \right)$$

- **région 1 ( $r < R_1$ )**

$$V_1(r) = - \int \vec{E}_1 \cdot \vec{dl} = - \int E_r dr$$

On obtient:

$$V_3(r) = - \int \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

Après intégration, nous obtenons :

$$V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C$$

La continuité de potentiel  $V_1(r = R_1) = V_2(r = R_1)$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + C = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} \right)$$

$$C = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} - \frac{1}{R_1} \right)$$

**Exercice 04 :**

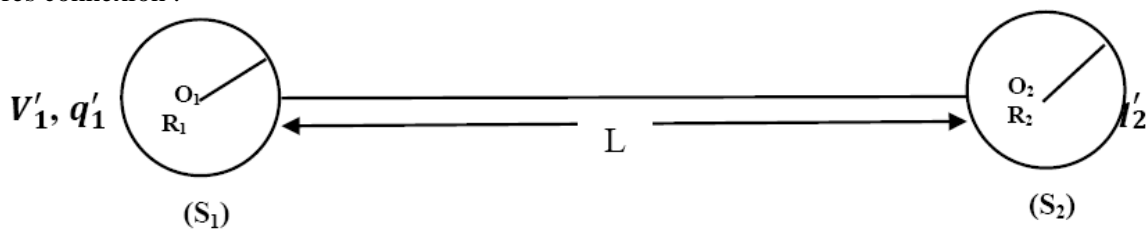
**Partie A**

**I-1** La charge  $q_1$  de  $S_1$  :

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \Rightarrow q_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1 V_1$$

**II a** La charge portée par chaque sphère :

Après connexion :



Le système est isolé, alors la charge totale se conserve d'où :

$$q_1 = q_1' + q_2' \dots \dots \dots (1)$$

On va avoir un nouveau état d'équilibre du système ( $S_1, S_2$ ) pour lequel la charge totale  $q_1$  se répartie sur les deux sphères  $S_1$  et  $S_2$  qui possèdent le même potentiel  $V_1' = V_2'$

Le fil est très long donc

$$V_1' = \frac{q_1'}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2'}{4\pi\epsilon_0 L} \quad \text{Pour } S_1$$



$$V_2' = \frac{q_2'}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q_1'}{4\pi\epsilon_0 L} \text{ Pour } S2$$

Mais  $L \gg R_1 \text{ et } R_2$  d'où :

$$V_1' = V_2' \Leftrightarrow \frac{q_1'}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q_2'}{4\pi\epsilon_0 R_2} \Leftrightarrow q_2' = q_1' \frac{R_2}{R_1} \dots\dots\dots(2)$$

De (1) et (2) on trouve :

$$q_1' = \frac{q_1 R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{Et} \quad q_2' = \frac{q_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

**II b** Le champ électrique aux voisinage de chaque sphère :

$$(S1) \dots\dots\dots E_1 = \frac{q_1'}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1 (R_1 + R_2)}$$

$$(S2) \dots\dots\dots E_2 = \frac{q_2'}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2 (R_1 + R_2)}$$

**II c** L'énergie de l'ensemble avant et après connexion :

❖ Avant connexion :

$$W_1 = \frac{1}{2} q_1 V_1 = \frac{1}{2} q_1 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

❖ Après connexion :

$$W_2 = \frac{1}{2} q_1' V_1' + \frac{1}{2} q_2' V_2' \quad \text{Or} \quad V_1' = V_2'$$

$$W_2 = \frac{1}{2} V_1' (q_1' + q_2') = \frac{1}{2} q_1 V_1' = \frac{1}{2} q_1 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{1}{2} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \left( \frac{q_1 R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

$$\Rightarrow W_2 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}$$

Par comparaison, on constate  $W_2 < W_1$  que l'énergie après connexion a diminué  $\Leftrightarrow$  l'énergie qui manque a été dissipée sous forme de chaleur (effet Joule) lors de la connexion.

**Partie B**

1- la capacité équivalente  $C_{AB}$  du circuit:

$$C' = C_2 + C_3 = 3 + 10 = 10 \mu F \quad (C_2 \text{ et } C_3 \text{ Sont en parallèles})$$

$$C'' = C_5 + C_6 = 5 + 5 = 10 \mu F \quad (C_5 \text{ et } C_6 \text{ Sont en parallèles})$$

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C''} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \quad (C_1, C', C_4 \text{ et } C'' \text{ Sont en série})$$

$$\Rightarrow C_{AB} = 2 \mu F$$

2- la charge équivalente  $Q_{AB}$  du condensateur équivalent:

$$Q_{AB} = C_{AB} \cdot V_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 2 \cdot 10^{-3} C$$
$$Q_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} C$$

3- La charge et la différence de potentiel (d.d.p) de chaque condensateur:

On a :  $Q_{AB} = Q_1 = Q' = Q_4 = Q'' = 2 \cdot 10^{-3} C$

$$Q_1 = C_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} = 400 \Rightarrow V_1 = 400 \text{ V}$$

$$Q_4 = C_4 V_4 \Rightarrow V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 200 \Rightarrow V_4 = 200 \text{ V}$$

$$Q' = C' V' \Rightarrow V' = \frac{Q'}{C'} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 200 \Rightarrow V' = 200 \text{ V d'où } V' = V_2 = V_3 = 200 \text{ V}$$

$$Q_2 = C_2 V' = 200 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0.6 \cdot 10^{-3} C$$

$$Q_3 = C_3 V' = 200 \cdot 7 \cdot 10^{-6} = 1.4 \cdot 10^{-3} C$$

$$Q'' = C'' V'' \Rightarrow V'' = \frac{Q''}{C''} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 200 \Rightarrow V'' = 200 \text{ V d'où } V'' = V_5 = V_6 = 200 \text{ V}$$

$$Q_5 = C_5 V'' = 200 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-3} C$$

$$Q_6 = C_6 V'' = 200 \cdot 7 \cdot 10^{-6} = 1.4 \cdot 10^{-3} C$$

On vérifie bien que:

$$V_{AB} = V_1 + V' + V_4 + V'' = 400 + 200 + 200 + 200 = 1000 \text{ V}$$