

Interrogation écrite N° 2 (7.5Pts)

Sujet N°2

Un fil de longueur  $L=OA$  et de densité linéique  $\lambda$  positive, porte une charge  $Q$ . Il est placé suivant l'axe des  $Y$  ( Figure 1).

- 1- Donner l'expression des composantes du champ électrique crée par ce fil au point  $M$  situé sur l'axe des abscisses  $x$ , tel que  $OM=x$ , en fonction de  $\alpha_1$ . (411V)
- 2- Dédire l'expression du champ électrique lorsque le fil devient infini. (11V)
- 3- Trouver l'expression du potentiel électrique au point  $M$ . (11V)

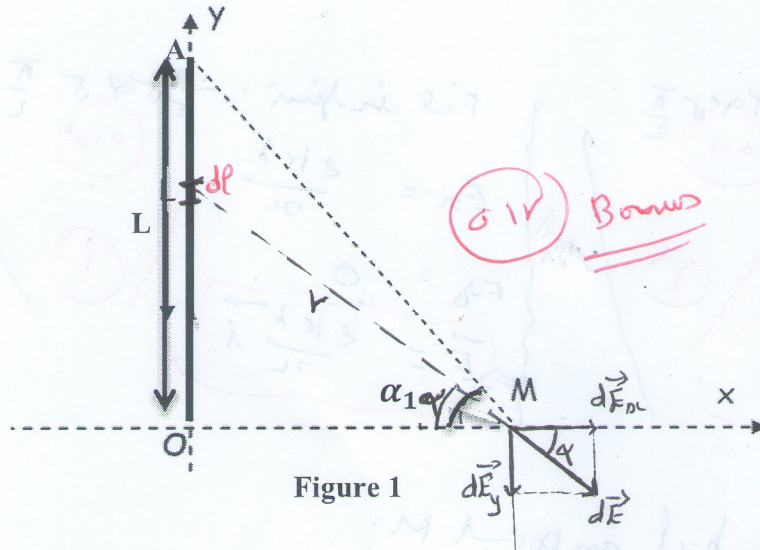


Figure 1

Réponses

Nom : ...../Prénom : ...../Groupe : .....

(1V) des composantes du champ électrique

un élément de longueur  $dl$  crée au point  $M$  un champ élémentaire  $d\vec{E}$

$dy = dl$  porte,  $dq = \lambda dl \longrightarrow d\vec{E}$

Avec

$$d\vec{E} = k \frac{dq}{r^2} \vec{u} = k \frac{\lambda dy}{r^2} \vec{u} \xrightarrow[\text{1}]{\text{par projection}} \begin{cases} dE_{ox} = dE \cos \alpha \\ dE_{oy} = dE \sin \alpha \end{cases}$$

(01V)

on exprime tout en fonction de  $\alpha$ :

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow r = \frac{x}{\cos \alpha} \quad | \quad \tan \alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \tan \alpha \Rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

Donc

$$\begin{cases} dE_x = \frac{k\lambda dy}{r^2} \cos \alpha = \frac{k\lambda}{x} \cos \alpha d\alpha \\ dE_y = -\frac{k\lambda dy}{r^2} \sin \alpha = -\frac{k\lambda}{x} \sin \alpha d\alpha \end{cases}$$

En intégrant entre 0 et  $\alpha_1$ :

$$E_x = \int_0^{\alpha_1} \frac{k\lambda}{x} \cos \alpha d\alpha = \frac{k\lambda}{x} \sin \alpha_1 \quad / \quad \frac{k\lambda}{x} [\sin \alpha]_0^{\alpha_1}$$

$$E_y = \int_0^{\alpha_2} -\frac{k\lambda}{x} \sin \alpha d\alpha = \frac{k\lambda}{x} (\cos \alpha_1 - 1) \quad / \quad -\frac{k\lambda}{x} [-\cos \alpha]_0^{\alpha_1}$$

②

Fil demi-infini:  $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$

$$E_x = \frac{k\lambda}{x}$$

$$E_y = -\frac{k\lambda}{x}$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{x} (\vec{i} - \vec{j})$$

Fil infini:  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$$E_x = \frac{2k\lambda}{x}$$

$$E_y = 0$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{x} \vec{i}$$

symétrie

③ d'expression du potentiel au point M:

$$dq = dy \rightarrow dq = r dy \rightarrow dV$$

$$dV = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda dy}{r} \Rightarrow dV = k \frac{\lambda}{x \cos \alpha} \cdot \frac{x}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

$$\Rightarrow dV = \frac{k\lambda}{\cos \alpha} d\alpha$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V &= \int_0^{\alpha} \frac{k\lambda}{\cos \alpha} d\alpha = k\lambda \int_0^{\alpha} \frac{1}{\cos \alpha} d\alpha \\ &= \int_0^r \frac{1}{x \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)} dx \\ &= k\lambda \left[ \log \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right] \right] \end{aligned}$$