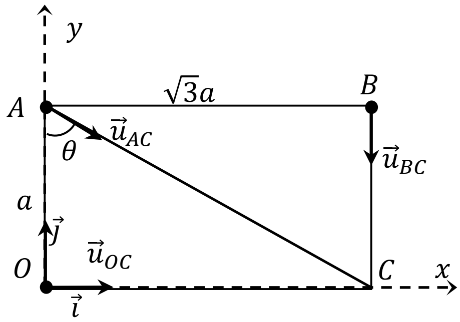
Examen final de physique 02

Exercice 01 : (08 points)



Soit trois charges ponctuelles $q_A = 2q, q_O = q_B = -q, (q > 0)$ placées aux points $A,\ O$ et B respectivement, avec $OA = a,\ AB = \sqrt{3}a$.

1. Trouver la distance AC, puis calculer $\sin\theta$ et $\cos\theta$;

2. Exprimer les vecteurs unitaires $\vec{u}_{AC}$, $\vec{u}_{OC}$ et $\vec{u}_{BC}$ dans la base $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$;

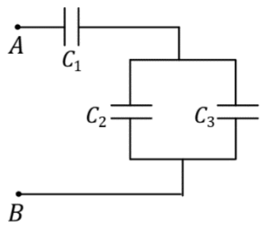
3. Représenter puis déterminer les champs électrostatiques $\vec{E}_A$, $\vec{E}_O$ et $\vec{E}_B$ créés par les charges q_A, q_O et q_B au point C. Déduire le champ électrostatique total $\vec{E}(C)$ qui règne au point C ;

4. Donner l'expression des potentiels électrostatiques V_A, V_O et V_B créés par les charges q_A, q_O et q_B au point C. Déduire le potentiel électrostatique total $V(C)$ qui règne au point au point C ;

5. Calculer l'énergie interne du système formé par les trois charges (q_A, q_B, q_C) ;

6. On place au point C une charge ponctuelle $q_C = -q$, trouver la force $\vec{F}(C)$ que subit q_C et son énergie potentiel $E_p(C)$.

Exercice 02 : (06points)



Trois condensateurs sont regroupés comme l'indique la figure ci-contre.

1- Calculer la capacité équivalente entre les points A et B. On donne :

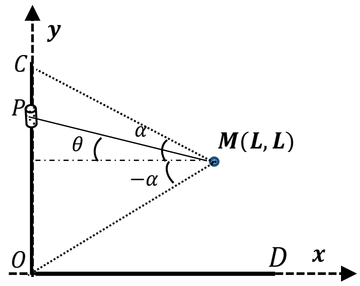
$$C_1 = 3\,nF\ ;\ C_2 = 2\,nF;\ C_3 = 4\,nF$$

2- En applique entre A et B une d.d.p $U_{AB} = 300\,V$. Trouver la charge et la tension pour chaque condensateur.

3- Calculer l'énergie emmagasinée dans le système formé par les trois condensateurs.

<u>**Traiter au choix soit l'exercice 3 soit l'exercice 4**</u>

Exercice 03 : (06 points)



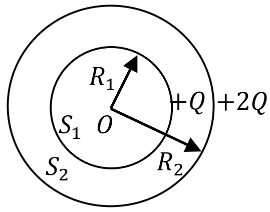
Un fil OC de longueur $2L$, uniformément chargé avec une de densité linéique positive λ, est placé suivant l'axe Oy.

1- Calculer le champ électrique crée par le segment du fil au point $M(L, L)$.

2- On place un fil OD identique au fil OC suivant l'axe Ox. Sans faire le calcul, donner l'expression du champ électrique crée par ce fil au point $M(L, L)$.

3- Déduire le champ électrique total crée par l'ensemble des fil OD et OC au point $M(L, L)$.

Exercice 04 : (06 points)



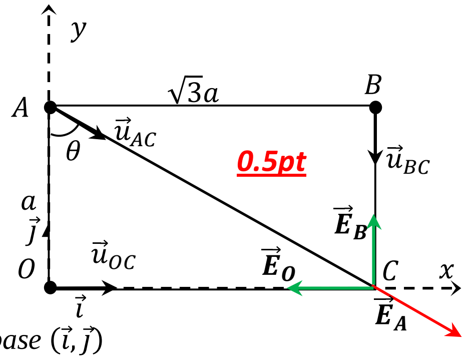
On considère deux sphères (S_1) et (S_2) concentriques, creuses, de rayons R_1 et $R_2 (R_1 < R_2)$ et de charges totales $Q_1 = +Q$ et $Q_2 = +2Q$, respectivement. Ces charges sont distribuées uniformément sur les surfaces des sphères correspondantes (voir figure ci-contre).

1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace, tel que $OM = r$. Distinguer les trois régions : $r < R_1, R_1 < r < R_2, r > R_2$

2. Calculer le potentiel électrique $V(M)$ créé par les deux sphères en un point M dans la région $r > R_2$. On considère que le potentiel est nul à l'infini.

Corrigé

Exercice 01 (08 points)



1- *La distance AC, $\sin\theta$ et $\cos\theta$*

$$AC = \sqrt{a^2+(\sqrt{3}a)^2} = \sqrt{a^2+3a^2} = 2a \quad \textbf{0.25pt}$$

$$\sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2};\ \cos(\theta) = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad \textbf{0.5pt}$$

2- *L'expression des vecteurs unitaires $\vec{u}_{AC}$, $\vec{u}_{OC}$ et $\vec{u}_{BC}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$*

$$\vec{u}_{AC} = \sin\theta\,\vec{i} - \cos\theta\,\vec{j} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} \quad \textbf{0.25pt}$$

$$\vec{u}_{OC} = \vec{i},\quad \vec{u}_{BC} = -\vec{j} \quad \textbf{0.5pt}$$

3- *Détermination des champs électrostatiques $\vec{E}_A$, $\vec{E}_O$ et $\vec{E}_B$*

$$\vec{E}_A = K\frac{q_A}{AC^2}\vec{u}_{AC} = K\frac{2q}{4a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}\right) = K\frac{q}{4a^2}\left(\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}\right) \quad \textbf{0.5pt}$$

$$\vec{E}_B = K\frac{q_B}{BC^2}\vec{u}_{BC} = K\frac{(-q)}{a^2}(-\vec{j}) = K\frac{q}{a^2}\vec{j} \quad \textbf{0.5pt}$$

$$\vec{E}_O = K\frac{q_O}{OC^2}\vec{u}_{OC} = K\frac{(-q)}{3a^2}\vec{i} = -K\frac{q}{3a^2}\vec{i} \quad \textbf{0.5pt}$$

Champ électrique $\vec{E}(C)$

$$\vec{E}(C) = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_O = K\frac{q}{4a^2}\left(\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j}\right) + K\frac{q}{a^2}\vec{j} + -K\frac{q}{3a^2}\vec{i} = K\frac{q}{a^2}\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\right)\vec{i} + \left(\frac{3}{4}\right)\vec{j}\right] \quad \textbf{0.5pt}$$

4- *L'expression des potentiels électrostatiques V_A, V_O et V_B*

$$V_A = K\frac{q_A}{AC} = \frac{Kq}{a};\ V_O = K\frac{q_O}{OC} = -\frac{Kq}{\sqrt{3}a};\ V_B = K\frac{q_B}{BC} = -\frac{Kq}{a} \quad \textbf{1.5pt}$$

$$V(C) = V_A + V_B + V_O = -\frac{Kq}{\sqrt{3}a} \quad \textbf{0.5pt}$$

5- *Energie interne du système formé par les trois charges (q_A, q_B, q_C)*

$$U_i = K\sum_{i>j}^{n}\frac{q_iq_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}K\sum_{\substack{i,j\\ i\neq j}}^{n}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}$$

0.5pt

$$U_i = K\left(\frac{q_Aq_B}{AB} + \frac{q_Aq_O}{AO} + \frac{q_Bq_O}{BO}\right) = K\left(\frac{-2q^2}{\sqrt{3}a} + \frac{-2q^2}{a} + \frac{q^2}{2a}\right) = -\frac{Kq^2}{a}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{2}\right) \quad \textbf{0.5pt}$$

6- *La force $\vec{F}(C)$ que subit q_C et son énergie potentiel $E_p(C)$.*

$$\vec{F}(C) = q_C\vec{E}(C) = K\frac{q^2}{a^2}\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\right)\vec{i} + \left(\frac{3}{4}\right)\vec{j}\right];\ E_p(C) = q_CV(C) = -\frac{Kq^2}{\sqrt{3}a} \quad \textbf{0.5pt +0.5pt}$$

Exercice 02 (08 points)

1- *Calcul de la capacité équivalente*

01pt

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2+C_3} \to C_{AB} = \frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3} \to C_{AB} = 2nF \quad \textbf{0.25pt}$$

2- *Les charges et les tensions*

$$U_{AB} = \frac{Q_{AB}}{C_{AB}} \Rightarrow \quad Q_{AB} = U_{AB}\, C_{AB} = 600nC \quad \underline{\textbf{0.5pt}}$$

Le condensateur $C_1\ et\ (C_2 + C_3)\ portent\ la\ charge\ Q_{AB}$: **0.5pt**

$Q_1 = Q_{AB} = 600nC$ **0.25pt**

Donc, $Q_1 = C_1U_1 \to U_1 = 200V$ **0.5pt**

$U_2 = U_3 = U_{AB} - U_1 = 100V$ **0.5pt**

$Q_2 = C_2U_2 = 200nC$ **0.5pt**

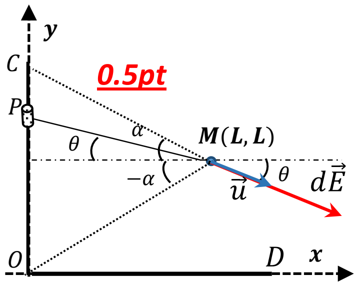
$Q_3 = C_3V_2 = 400nC$ **0.5pt**

3- *Energie emmagasinée par le système*

$W = \frac{1}{2} C_{AB} {U_{AB}}^2 = 9\ 10^{-5}J$ **01.5pt**

Ou $W = \frac{1}{2}(\,C_1U_1^2 + \,C_2U_2^2 + \,C_3U_3^2) = 9\ 10^{-5}J$

Exercice 03



$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\ \vec{u} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$dq = \lambda dl = \lambda dy, \quad \vec{u} = \cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath} \quad \textbf{0.25pt}$$

$$d\vec{E} = \frac{k\lambda dx}{r^2}(\cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\,\vec{\jmath}) \qquad \Rightarrow \begin{cases} dE_x = \frac{k\lambda dy}{r^2}\cos\theta \\ dE_y = -\frac{k\lambda dy}{r^2}\sin\theta \end{cases} \quad \textbf{0.5pt}$$

$$\cos\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow r = \frac{L}{\cos\theta} \quad \textbf{0.25pt}$$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{y}{L} \Rightarrow y = L\,\text{tg}\,\theta \Rightarrow dy = \frac{L}{\cos^2\theta}\ d\theta \textbf{0.25pt}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = dE\cos\theta = \dfrac{k\lambda\frac{L}{\cos^2\theta}d\theta}{\left(\frac{L}{\cos\theta}\right)^2}\cos\theta = \dfrac{k\lambda}{L}\cos\theta\, d\theta \\ dE_y = -dE\sin\theta = -\dfrac{k\lambda\frac{L}{\cos^2\theta}d\theta}{\left(\frac{L}{\cos\theta}\right)^2}\sin\theta = -\dfrac{k\lambda}{L}\sin\theta\, d\theta \end{cases} \qquad \textbf{0.5pt}$$

$$E_x = \int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{k\lambda}{L}\cos\theta\, d\theta = \frac{k\lambda}{L}\ (\sin\alpha - \sin(-\alpha)) = 2\frac{k\lambda}{L}\ \sin\alpha \quad \textbf{0.5pt}$$

$$E_y = -\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{k\lambda}{L}\sin\theta\, d\theta = \frac{k\lambda}{L}\ \ (\cos\alpha - \cos(-\alpha)) = 0 \quad \textbf{0.5pt}$$

$$\vec{E} = 2\frac{k\lambda}{L}\ \sin\alpha\,\vec{\imath} \quad \textbf{0.5pt}$$

Or d'après le schéma $\sin\alpha = \frac{L}{\sqrt{2}L} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ donc $\vec{E} = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{k\lambda}{L}\vec{\imath}$ **0.5pt**

2- *Champ électrique $\vec{E}'$ cree par le segment OD*

Les segment OC et OD sont symétriques par rapport à l'axe $y = x$ (la premier bissectrices)

Donc, les champs électriques $\vec{E}$ et $\vec{E}'$sont aussi symétriques par rapport à l'axe $y = x$ $(\vec{\imath} \to -\vec{\imath}; \vec{\jmath} \to -\vec{\jmath})$:**0.5pt**

$$\vec{E} = 2\frac{k\lambda}{L}\ \sin\alpha\,\vec{\jmath} = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{k\lambda}{L}\vec{\jmath} \quad \textbf{0.5pt}$$

3- Champ électrique $\vec{E}''$ créé par l'ensemble $OC + OD$

$$\vec{E}'' = \vec{E} + \vec{E}' = 2\frac{k\lambda}{L}\ \sin\alpha\,(\vec{\imath} + \vec{\jmath}) = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{k\lambda}{L}(\vec{\imath} + \vec{\jmath}) \quad \textbf{0.5pt}$$

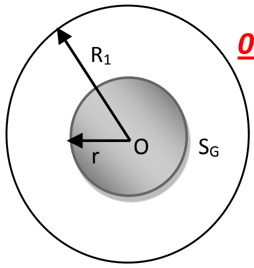
Exercice 04

1- La symétrie de la distribution des charges est sphérique, donc, le champ électrique est radial $\vec{E} = \vec{E}(r) = E(r)\vec{e}_r$. **0.25pt**

La surface de gauss est une sphère de centre o et de rayon r. **0.25pt**

Théorème de Gauss $\oiint \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **0.5pt**

$\oiint \vec{E}\, d\vec{s} = \oiint Eds = E \oiint ds = ES_G$ **01pt**



0.5pt

$S_G = 4\pi r^2$

Si $r < R_1$

$Q_{int} = 0$ **0.25pt**

$E_I 4\pi r^2 = 0 \rightarrow E_I = 0 \rightarrow \vec{E}_I = \vec{0}$ **0.5pt**

Si $R_1 \leq r < R_2$

$Q_{int} = +Q$ **0.25pt**

$E_{II} 4\pi r^2 = \frac{+Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E_{II} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_{0r^2}} \rightarrow \vec{E}_{II} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_{0r^2}}\vec{e}_r$ **0.5pt**

Si $r \geq R_2$

$Q_{int} = +Q + 2Q = 3Q$ **0.25**

$E_{III} 4\pi r^2 = \frac{+3Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E_{III} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_{0r^2}} \rightarrow \vec{E}_{III} = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_{0r^2}}\vec{e}_r$ **0.5pt**

2- *Calcul de potentiel électrique $V(M)$ en un point M dans la région $r > R_2$*

$$V_{III}(r) = -\int \vec{E}_{III}.\vec{dl} = -\int E_r dr \quad \textbf{0.5pt}$$

On obtient:

$$V_{III}(r) = -\int \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C \quad \textbf{0.5pt}$$

On a :

$$V_{III}(+\infty) = 0 + C = 0 \rightarrow V_{III}(r) = \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \textbf{0.25pt}$$