

TP Structure des ordinateurs et applications

Série de TP N°2 – Algèbre de Boole

Exercice N°01 :

Simplifier à l'aide des propriétés de l'algèbre de Boole, les expressions des fonctions logiques suivantes :

$$F_1 = a.(a + b)$$

$$F_2 = a + abc + \bar{a}bc + \bar{a}b + ad + a\bar{d}$$

$$F_3 = (a + b)(\bar{a} + \bar{b})$$

$$F_4 = (a + b)(\bar{a} + b)$$

$$F_5 = abc + a\bar{b}c + \bar{a}$$

$$F_6 = (\bar{a} + b)(a + b + d)\bar{d}$$

Exercice N°02 :

Ecrire les fonctions suivantes sous les 2 formes canoniques :

- La somme des produits
- Le produit de la somme

$$F_1 = ab + bc + ac$$

$$F_2 = (a + b)(\bar{a} + b + D)$$

$$F_3 = a.(b + c)$$

Exercice N°03 :

1) Déduire la fonction booléenne simplifiée (forme "somme de produits", ou disjonctive) de la table de vérité suivante :

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

2) Retrouver ce résultat à l'aide de la table de Karnaugh

Exercice N°04 :

Réalisez les fonctions logiques : NOT, AND, OR et XOR en utilisant que :

- Des portes logiques NAND
- Des portes logiques NOR

Exercice N°05 :

Simplifier les fonctions logiques à l'aide de la table de Karnaugh

$$F_1(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{c}d + \bar{a}cb + \bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd$$

$$F_2(a, b, c) = \sum 0,1,3$$

$$F_3(a, b, c) = \sum 0,3,4,6,7$$

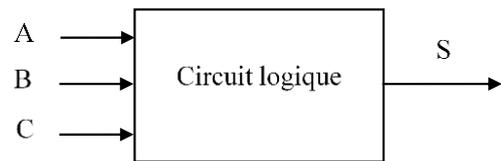
$$F_4(a, b, c, d) = \sum 5,7,13,15$$

$$F_5(a, b, c, d) = \sum 0,5,9,10 \quad \text{et } \Phi \text{ pour } 2, 3, 8, 15$$

Exercice N°06 :

Soit la table de vérité suivante :

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



- Etablir l'expression logique de la sortie S en fonction des entrées A, B et C.
- Représentez le logigramme de ce système logique.
- Simplifier algébriquement l'expression de S.
- Simplifier l'expression S en utilisant la méthode de karnaugh.
- Réalisez le système logique simplifié (question d) en utilisant les portes logiques nécessaires.
- Réalisez le système logique simplifié (question d) en utilisant que des portes NAND.

Exercice N°07 : *Commande de lampes*

Trois interrupteurs A, B, C commandant l'allumage de 2 lampes R et S suivant les conditions suivantes :

- Dès qu'un ou plusieurs interrupteurs sont activés la lampe R doit s'allumer.
- La lampe S ne doit s'allumer que si au moins 2 interrupteurs sont activés.

Calculer les expressions des fonctions binaires R et S et dessiner le logigramme à l'aide de portes Non-Et uniquement.

Exercice N°08 : *Commande d'une serrure.*

4 personnes A, B, C et D ont accès à un coffre.

- A ouvre le coffre en présence de B ou bien de C et D.
- B ouvre le coffre en présence de C et D.

Soit S la fonction qui donne l'état de la serrure ($S = 1$, pour serrure ouverte).

- Donner la table de vérité de la serrure S.
- Donner l'expression de la sortie S.
- Simplifier l'expression de S avec le tableau de Karnaugh.
- Tracer le logigramme de la serrure S à l'aide des portes NAND uniquement.