

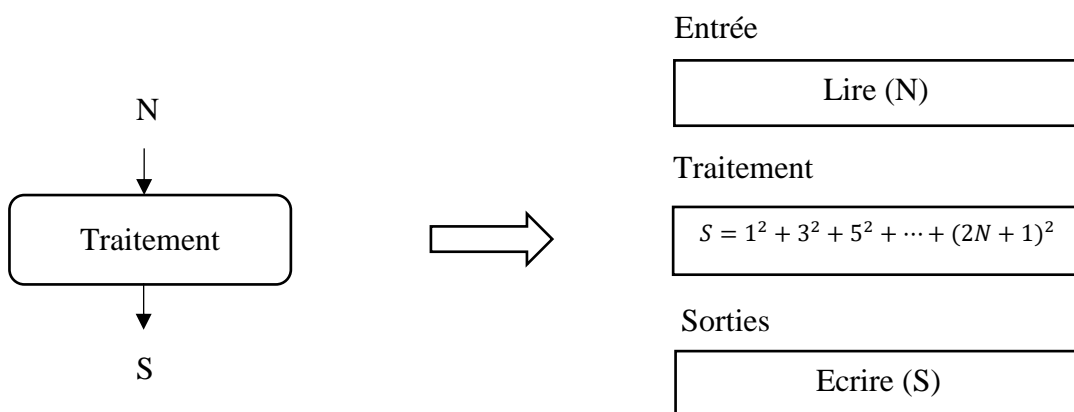
### Exercice :

Ecrire les algorithmes puis les programmes en pascal pour calculer la somme suivante :

$$S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2N + 1)^2 \text{ avec } N \text{ entier naturel donné.}$$

- 1) Résoudre l'exercice en utilisant chacune des boucles :
  - A. La boucle **FOR**
  - B. La boucle **WHILE**
  - C. La boucle **REPEAT**
- 2) Réaliser les déroulements des algorithmes ou programmes dans chacun des cas (A), (B) et (C) pour  $m=3$ .
- 3) Exécuter chaque programme pour  $m=3$ .

### Solution :



L'expression générale du résultat S en fonction de N

$$S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2N + 1)^2 = \sum_{i=0}^N (2i + 1)^2$$

## A. La boucle FOR

<b>Algorithme</b>	<b>Programme pascal</b>
<b>Algorithme</b> exo1; <b>Variables</b> N,i,S: entier; <b>Début</b> <b>Ecrire</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Lire</b> (N); S ← 0; <b>Pour</b> i←0 à N <b>faire</b> S ← S+sqr(2*i+1); <b>Fin-Pour</b> <b>Ecrire</b> (S); <b>Fin.</b>	<b>Program</b> exo1; <b>Uses</b> wincrt; <b>Var</b> N,i,S: integer; <b>Begin</b> <b>Write</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Read</b> (N); S := 0; <b>For</b> i :=0 to N <b>do</b> S:= S+ sqr(2*i+1); <b>write</b> (S); <b>End.</b>

Déroulement :

Variables/Instructions	N	i	S
Lire (N)	3	/	/
S ← 0	3	/	0
Pour i=0 S ← 0+sqr(1);	3	0	$0 + 1^2 = 1$
Pour i=1 S ← 1+sqr(3);	3	1	$1^2 + 3^2 = 10$
Pour i=2 S ← 10+sqr(5);	3	2	$1^2 + 3^2 + 5^2 = 35$
Pour i=3 S ← 35+sqr(7);	3	3	$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 = 84$
<b>Ecrire</b> (S)			<b>84</b>

Une autre méthode avec détails :

<b>Programme pascal</b>
<b>Program</b> exo1; <b>Uses</b> wincrt; <b>Var</b> N,i,S: integer; <b>Begin</b> <b>Write</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Read</b> (N); S := 0; <b>For</b> i :=0 to N <b>do</b> <b>Begin</b> <b>write</b> ('Pour i= ', i, ' S= ', S, ' + ', sqr(2*i+1)); S:= S+ sqr(2*i+1); <b>writeln</b> (' = ', S); <b>End;</b> <b>write</b> ('la somme S=', S); <b>End.</b>

## B. La boucle WHILE

Algorithme	Programme pascal
<b>Algorithme</b> exo1; <b>Variables</b> N,i,S: entier; <b>Début</b> <b>Ecrire</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Lire</b> (N); S ← 0; i ← 0; <b>Tant-que</b> i<=N <b>faire</b> S ← S+sqr(2*i+1); i ← i+1; <b>Fin-Tant-que</b> <b>Ecrire</b> (S); <b>Fin.</b>	<b>Program</b> exo1; <b>Uses</b> wincrt; <b>Var</b> N,i,S: integer; <b>Begin</b> <b>Write</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Read</b> (N); S := 0; i := 0; <b>While</b> i<=N <b>do</b> <b>Begin</b> S:= S+ sqr(2*i+1); i:= i+1; <b>End;</b> <b>write</b> (S); <b>End.</b>

Déroulement :

Variables/Instructions	N	i	S
Lire (N)	3	/	/
S ← 0	3	/	0
i ← 0	3	0	0
Tant-que i<=N (0<3) → True S ← 0+sqr(1); i ← i+1;	3	0	0 + 1 <sup>2</sup> = 1
Tant-que i<=N (1<3) → True S ← 1+sqr(3); i ← i+1;	3	1	1 <sup>2</sup> + 3 <sup>2</sup> = 10
Tant-que i<=N (2<3) → True S ← 10+sqr(5); i ← i+1;	3	2	1 <sup>2</sup> + 3 <sup>2</sup> + 5 <sup>2</sup> = 35
Tant-que i<=N (3<=3) → True S ← 35+sqr(7); i ← i+1;	3	3	1 <sup>2</sup> + 3 <sup>2</sup> + 5 <sup>2</sup> + 7 <sup>2</sup> = 84
Tant-que i<=N (4<=3) → False → Arrêter la boucle Tant-que			
<b>Ecrire</b> (S)			84

### C. La boucle REPEAT

<b>Algorithme</b>	<b>Programme pascal</b>
<b>Algorithme</b> exo1; <b>Variables</b> N,i,S: entier; <b>Début</b> <b>Ecrire</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Lire</b> (N); S ← 0; i ← 0; <b>Répéter</b> S ← S+sqr(2*i+1); i ← i+1; <b>Jusqu'à</b> i>N <b>Ecrire</b> (S); <b>Fin.</b>	<b>Program</b> exo1; <b>Uses</b> wincrt; <b>Var</b> N,i,S: integer; <b>Begin</b> <b>Write</b> ('Donner la valeur de N :'); <b>Read</b> (N); S := 0; i := 0; <b>Repeat</b> S:= S+ sqr(2*i+1); i:= i+1; <b>Until</b> i>N; <b>write</b> (S); <b>End.</b>

Déroulement :

<b>Variables/Instructions</b>	<b>N</b>	<b>i</b>	<b>S</b>
Lire (N)	3	/	/
S ← 0	3	/	0
i ← 0	3	0	0
S ← 0+sqr(1); i ← i+1; i>N (1>3) → False	3	0 1	0 + 1 <sup>2</sup> = 1
S ← 1+sqr(3); i ← i+1; i>N (2>3) → False	3	1 2	1 <sup>2</sup> + 3 <sup>2</sup> = 10
S ← 10+sqr(5); i ← i+1; i>N (3>3) → False	3	2 3	1 <sup>2</sup> + 3 <sup>2</sup> + 5 <sup>2</sup> = 35
S ← 1+sqr(3); i ← i+1; i>N (4>3) → True → Arrêter la boucle	3	3 4	1 <sup>2</sup> + 3 <sup>2</sup> + 5 <sup>2</sup> + 7 <sup>2</sup> = 84
<b>Ecrire</b> (S)			<b>84</b>