UNIVERSITE DE CARTHAGE

FACULTE DE SCIENCES ECONOMIQUES DE NABEUL

COURS DE MICROECONOMIE

Première année EconomiE 1 Gestion

Chargé de cours

Jalel BERREBEH

Année Universitaire 20121/2013

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

La micro-économie se définit comme l'étude du comportement des principaux acteurs de la société que sont les individus, les entreprises et l'Etat.

En effet, «la théorie micro-économique ou théorie des prix, étudie le comportement économique des centres de décision composant une économie de marché, tels que les consommateurs, les propriétaires de ressources et les entreprises »[1].

La micro-économie essaie de savoir comment un consommateur rationnel décide-t-il de répartir la totalité de son revenu entre les différents biens de manière à avoir le maximum de satisfaction. C'est la théorie du consommateur qui fera l'objet du premier chapitre.

La théorie du consommateur va nous permettre d'analyser la relation et le degrés de sensibilité entre la demande et le prix d'un côté et la demande et le revenu de l'autre côté. C'est la théorie de la demande qui fera l'objet du deuxième chapitre.

La micro-économie s'intéresse aussi au comportement d'un autre agent économique : le producteur.

L'objectif du producteur est de maximiser son profit. Pour cela il doit maximiser sa production ou minimiser les coûts de production en choisissant la meilleure combinaison possible des facteurs de production : le travail et le capital. C'est la théorie de la production et des coûts qui fera l'objet du troisième chapitre.

Le consommateur demande des biens et services. Le producteur produit et offre ces biens et services. Le consommateur et le producteur se rencontrent sur le marché.

Un marché est un lieu dans lequel acheteurs et vendeurs achètent et vendent des biens, des services et des ressources. Il y a un marché pour chaque bien, service ou ressource achetés et vendus dans une économie.

Dans une situation de concurrence la confrontation entre la demande et l'offre détermine un prix d'équilibre. C'est la loi de l'offre et de la demande qui fera l'objet de la quatrième chapitre.

[1] David BEGG, Stanley FICHER, Rudiger DORNBUSCH, in Micro-économie, Ed. Ediscience int., 1996, Page 63

PARTIE I.
LA THEORIE DU CONSOMMATEUR

Le cadre d'analyse de la théorie du consommateur est :

- Le consommateur est rationnel et recherche le maximum d'utilité
- L'information est disponible et complète
- L'utilité est positive
- Le consommateur dispose pour des achats déterminés d'un revenu limité et qu'il ne peut pas emprunter.
- La totalité de ce revenu est affecté à ces achats. Il n'épargne pas.

Un consommateur rationnel est un consommateur calculateur. Avant d'acheter, il regarde les prix, compare les biens, se renseigne sur les conditions du marché. Cet effort n'est pas une perte de temps. Il a pour objectif, de dépenser la totalité de son argent de manière à satisfaire le maximum de besoin et à obtenir la meilleure satisfaction possible.

La théorie du consommateur essaie de répondre à la question suivante : comment un individu décide-t-il de repartir son budget entre les différents biens et services disponibles ?

Les économistes néoclassiques de la fin du XIXème siècle (Jevons, Menger, Walras…) ont développé une théorie dans laquelle l'individu rationnel est supposé recherché le maximum de satisfaction ou d'utilité. On suppose d'abord que l'individu est capable de mesurer par un indice quantitatif précis l'utilité qu'il retire de la consommation d'un bien. C'est l'approche cardinale.

CHAPITRE I.

LA THEORIE DES CHOIX DU CONSOMMATEUR

Nous analyserons dans ce chapitre la théorie de l'utilité marginale puis la théorie de la courbe d'indifférence.

SECTION I.

LA THEORIE DE L'UTILITE MARGINALE

A. DEFINITIONS

1. La notion d'utilité

L'utilité est la capacité que possède un bien à satisfaire un besoin.

L'utilité traduit la satisfaction qu'une personne retire de la consommation d'un bien ou d'un service

L'utilité est un instrument scientifique, utilisé par les économistes pour comprendre comment les consommateurs rationnels répartissent leurs ressources limitées entre les différents biens et services qui leur procure une certaine satisfaction.

2. la notion d'utilité totale

L'utilité totale notée U d'un bien X mesure la satisfaction globale que l'individu retire de la consommation de ce bien.

L'utilité totale procurée par un bien est celle que retire l'individu du choix 'une certaine quantité de ce bien. L'utilité totale d'un bien varie en fonction de la quantité qui est choisie. Elle est définie pour une quantité fixée du ou des autres biens entrant dans la fonction d'utilité.

3. La fonction d'utilité

Le niveau de U dépend de la quantité du bien X : U est fonction de X : U=U(X)

Pour deux biens X et Y, le niveau de satisfaction dépend de la quantité consommée du bien X et de la quantité consommée du bien Y : $\boxed{\mathbf{U = U (X , Y)}}$

U = niveau de satisfaction ou d'utilité X = quantité consommée du bien X
Y = quantité consommée du bien Y

4. la notion d'utilité marginale

L'utilité marginale d'un bien X notée Um(X) est l'utilité retirée de la consommation d'une unité additionnelle d'un bien.

L'utilité marginale d'un bien est l'augmentation de l'utilité totale obtenue à partir de la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien, si la consommation des autres biens reste constante.

L'utilité marginale Um mesure donc l'évolution de l'utilité totale « à la marge » c'est à dire pour une variation très petite de la quantité consommée.

4. La loi des utilités marginales décroissantes : (la 1ére loi de Gossen)

A chaque unité supplémentaire consommée, le désir du consommateur diminue. Donc chaque unité supplémentaire possède une utilité inférieure à celle de l'unité précédente :

Soit : Utilité marginale$_{(\text{1ère unité consommée})}$ > Utilité marginale $_{(\text{2ème unité consommée})}$ > > Um_n

La loi de l'utilité marginale énonce que l'utilité marginale d'un bien a tendance à diminuer, à mesure que l'on en accroît la consommation.

Cette loi est purement empirique et n'a pour fondement que l'observation selon laquelle l'homme est en général très satisfait de posséder une première télé et beaucoup moins par l'acquisition d'un deuxième puis d'un troisième…

B. ILLUSTRATION

Supposons que l'utilité est mesurable et quantifiable. La satisfaction que procure Fethi de la consommation des pommes est la suivante :

Quantité de pomme consommée	0	1	2	3	4	5	6	7
Utilité totale procurée	0	10	17	23	27	29	29	27

Travail à faire :
1) Etablir le barème de l'utilité marginale Um, vos conclusions.
2) On déduit l'Utilité totale U, vos conclusions.
3) Tracer les courbes de l'UT et l'Um et indiquer le point de saturation, analyser, vos conclusions.

Réponses :

a) l'utilité marginale et la loi de l'utilité marginale décroissante

Quantité de pommes consommée	0	1	2	3	4	5	6	7
Utilité totale procurée	0	10	17	23	27	29	29	27
Utilité marginale	0	10	7	6	4	2	0	-2

- En passant de la consommation de 1 pomme à 2 pommes, la variation de l'utilité totale est de (17-10) = 7,

7 étant la l'utilité de la dernière pomme consommée. , 7 étant l'utilité marginale.

L'utilité marginale est donc le rapport de la variation de l'utilité totale à la variation de la quantité consommée d'un bien donné X.

Um (X) = $\Delta U / \Delta X = (17 - 10) / (2 - 1) = 7$

- Le comportement de consommation de Fethi respecte la loi de l'utilité marginale décroissante :

Um(1ère pomme) > Um2 > Um3 > Um4 > Um5 > Um6 > Um7
10 > 7 > 6 > 4 > 2 > 0 > -2

- Fethi n'est pas rationnel car il a consommé la 6ème pomme qui n'a pas augmenté sa satisfaction et la 7ème pomme qui, plus grave a réduit son utilité totale. Il aurait dû s'arrêter à la 5ème pomme.

Si on suppose qu'il s'arrête à la 5ème pomme et que l'Um ne s'annule jamais (hypothèse de non-saturation), on peut construire une fonction d'utilité concave.

Pour vérifier si la fonction est concave, il suffit de démontrer que la 1ère variation est positive et que la 2ème variation est négative.

La 1ère variation : $\Delta U / \Delta X$ = 10, 7, 6, 2, > 0 $\Longrightarrow$ la fonction est croissante

La 2ème variation : Δ (ΔU / ΔX) / ΔX = (7 – 10)/(2-1) = -3 , -1, -2, -2 < 0 $\Rightarrow$ elle est concave

Pour une fonction continue, la 1ère variation n'est autre que le dérivé premier, la 2ème variation n'est autre que le dérivé second. Donc pour montrer que la fonction d'utilité est concave, il faut que le dérivé premier soit positif et le dérivé second soit négatif.

La fonction d'utilité doit être par définition deux fois dérivable

b) <u>l'utilité totale</u>

On remarque que l'utilité totale est la somme des niveaux de satisfaction retiré de chaque unité de bien.

Pour chaque quantité consommée, l'utilité totale est égale à la somme des utilités marginales.

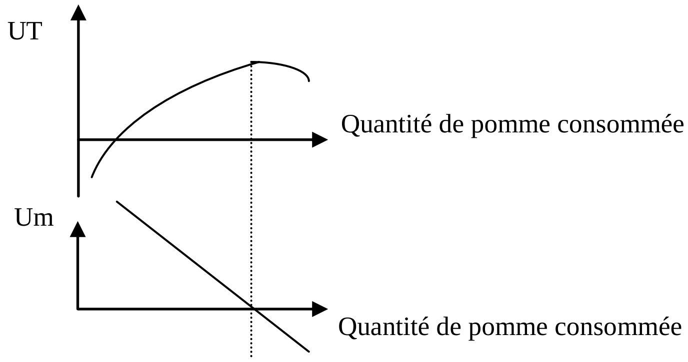
Par exemple, la consommation de 5 pommes procure une utilité totale de 29.

29 est égale à la somme des utilités marginales.

UT(5pommes) = Um(1pomme) + Um(2pommes) + Um(3) + Um(4) + Um(5)
29 = 10 + 7 + 6 + 4 + 2

Donc UT = Um1 + Um2 + Um3 +….+ Umn

c) Analyse graphique du comportement de Fethi dans sa consommation des pommes



C. FORMALISATION

1. L'utilité totale

L'utilité totale U d'une consommation est la somme des utilités marginales des unités consommées. Soit Um_n l'utilité marginale de néme unité consommée

$$\boxed{\mathbf{U = Um_1 + Um_2 + \ldots + Um_n}}$$

2. La notion de la dérivé et le calcul de l'utilité marginale

On distingue un bien parfaitement divisible d'un bien **<u>partiellement divisible</u>**

- Quant on a un bien imparfaitement divisible, qu'on ne peut utiliser que par unité. Par exemple une voiture ne peut être consommée que par unité. La moitié d'une voiture n'est pas utile et ne peut satisfaire le besoin de transport.

L'utilité marginale d'un bien X **<u>imparfaitement divisible</u>** est la variation totale induite par une unité supplémentaire de ce bien. Soit $\boxed{\mathbf{Um\ (X) = \Delta U / \Delta X}}$.

- Si on dispose d'un bien parfaitement divisible, la variation est infiniment petite. Pour mesurer cette variation, on peut faire appel à un outil mathématique : **le dérivé**

L'utilité marginale d'un bien X **<u>parfaitement divisible</u>** est la variation de l'utilité totale pour une variation infiniment petite de la quantité. C'est le concept de dérivé en mathématique qui permet d'appréhender cette définition. Soit $\boxed{\mathbf{Um = U'(X) \Longleftrightarrow Um = dU/dX}}$

Rappel mathématique

a = une constante x = une variable f, g, des fonctions de x

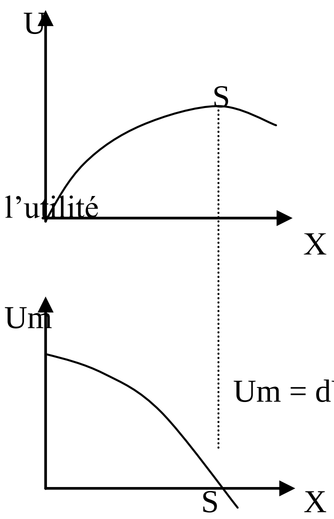
	a=Cte	ax	x	x^a	a/x	af	f.g	f/g
dérivée	0	a	1	ax^{a-1}	$-a/x^2$	a f'	f'g+f g'	$(f'g-f g')/g^2$

Dérivée d'une fonction à une seule variable f(x) ou df/dx ou d(fx)/dx

Fonction à plusieurs variables, on parle de dérivée partielle première

f(x,y,z,…) $f'(x) = \partial f/\partial x = \partial f(x,y,z,\ldots)/\partial x$

3. Représentation graphique de l'utilité totale et de l'utilité marginale



L'utilité totale atteint son maximum au point de satiété câd au point de saturation du consommateur S.

Au point S, l'utilité marginale est nulle : une unité supplémentaire de consommation n'augmente plus la satisfaction.

Si la consommation de X est poussée au-delà de S,

marginale devient négative et l'utilité totale diminue.

On suppose qu'un individu arrête sa consommation au point S.

Donc on fait l'hypothèse que l'utilité marginale est normalement décroissante mais toujours positive.

C. LA DETERMINATION DE L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR PAR LE BIAIS DE L'UTILITE MARGINALE

1. Définition de la notion de l'équilibre du consommateur

L'équilibre du consommateur se réalise quant il demande le choix optimal. Ce choix correspond à la maximisation de son utilité totale

La fonction objective du consommateur est de maximiser son utilité, c'est à dire sa satisfaction.

L'utilité est une fonction des quantités consommées. Supposons que le consommateur achète deux biens X et Y.

La fonction d'utilité s'écrit : $\boxed{U = U(X,Y)}$ C'est cette fonction que le consommateur rationnel doit maximiser.

2. Illustration

Supposons que l'utilité est mesurable et que le consommateur se comporte de la manière suivante dans sa consommation de deux biens cinéma et théâtre :

Nombre de spectacle	1	2	3	4	5	6	7
Utilité totale du théâtre	75	144	204	249	285	306	306
Utilité totale du cinéma	60	108	145	168	178	180	180

Travail à faire : Analyser l'équilibre du consommateur dans les 3 cas suivants :

a) dispose d'un revenu illimité et le prix d'une place de cinéma ou de théâtre est de 3 dinars

b) dispose d'un revenu limité de 30 dinars mais les places de cinéma et de théâtre sont gratuites

c) Dispose d'un revenu limité de 30 dinars avec des prix identiques d'une entrée au cinéma et d'une place au théâtre, soit 3 dinars.

d) Dispose du même revenu (30 dinars) avec des prix différents, cinéma : 3 dinars, théâtre : 9 dinars

Réponses :

Nombre de spectacle	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Utilité totale du cinéma	60	108	145	168	178	180	180
Utilité marginale cinéma	60	48	37	**23**	10	2	0
Utilité marginale par dinar dépensé cinéma	20	16	12,3	7,7	3,3	0,7	0
Utilité totale du théâtre	75	144	204	249	285	306	306
Utilité marginale théâtre	75	**69**	60	45	36	21	0
Utilité marginale par dinar dépensé théâtre	8,3	7,7	6,7	5	4	2,3	0

a) Si le consommateur dispose d'un revenu illimité (absence de contrainte budgétaire), sa demande n'est plus influencée par les prix. Dans ce cas, il maximise sa satisfaction en allant plusieurs fois au théâtre et au cinéma jusqu'à ce qu'aller au cinéma ou au théâtre ne lui procure aucune satisfaction. Autrement dit jusqu'à ce que l'utilité marginale s'annule pour le dernier spectacle au théâtre et pour le dernier spectacle au cinéma.

Donc l'équilibre du consommateur est atteint quant : Um (cinéma) = 0 et l'Um (théâtre) = 0

Dans notre exemple : la combinaison optimale E(Cinéma, théâtre) qui donne la meilleure satisfaction au consommateur est : 7 entrées au cinéma et 7 entrées au théâtre. Donc le point d'équilibre est : E(7,7)

Même analyse dans le cas ou on dispose d'un revenu limité mais les prix du cinéma et du théâtre sont gratuits.

b) Considérer les prix sont gratuits donne la même situation que le premier cas avec un revenu illimité. Le consommateur va au cinéma sans contrainte de revenu car ceci ne lui coûte rien.

Pour réaliser son équilibre, il doit aller au cinéma et au théâtre jusqu'à ce que l'utilité marginale soit nulle. Um (cinéma) = Um (Théâtre) = 0.

Le point d'équilibre est le même que dans le 1er cas. Soit E (7 , 7)

c) Dans le cas ou le consommateur subi une contrainte budgétaire (revenu limité à 30D) et que les prix sont les même pour le cinéma et le théâtre (3D). Il doit dépenser les 30D entre le cinéma et le théâtre de telle manière d'avoir le maximum d'utilité totale. Il ne tient pas compte des prix dans la combinaison qu'il va choisir.

Selon son revenu et selon les prix, le consommateur ne doit pas dépasser les 30D. Pour cela et vue que les prix sont à 3D, le consommateur ne peut demander que 10 places en tout entre le cinéma et le théâtre.

La combinaison de cinéma et de théâtre qui donne l'équilibre du consommateur est celle qui donne la satisfaction la plus élevée.

Le choix du consommateur est le suivant :

Il commence par aller au théâtre (Um=75), puis théâtre (Um=69), puis au cinéma (Um=60), puis théâtre (Um=60), puis cinéma (Um=48), puis théâtre (Um=45), puis cinéma (Um=37), puis théâtre (Um=36), puis cinéma (Um=23) et enfin théâtre (Um=21)

A ce stade, le consommateur doit s'arrêter d'aller au cinéma et au théâtre car il n'a plus d'argent. Il a dépensé la totalité de son revenu. Les 30D ont été dépensé.

La combinaison E qui lui procure la meilleure satisfaction compte tenu de son revenu est E (4 cinémas, 6 théâtres).

Cette combinaison donne une satisfaction totale de 474 utils.

L'utilité totale est égale à la somme des utilités marginales de théâtres et de cinémas consommés.

474 = 75 + 69 + 69 + 60 + 60 + 48 + 45 + 37 + 36 + 23 + 21

d) le 4ème cas se caractérise par : Revenu = 30, Prix cinéma = 3, Prix théâtre = 9

Maintenant les prix relatifs des biens ont changé. Le consommateur va toujours chercher à acheter l'unité de bien disponible pour laquelle l'utilité marginale par dinar dépensé est la plus élevé.

On doit calculer les Um des 2 biens pondérés par les prix pour pouvoir choisir les Um les plus élevées.

On calcule les rapports : Um (théâtre) / Prix théâtre   et   Um(cinéma) / Prix cinéma

Um pondéré par les prix du 1er spectacle du théâtre = Um (T1) / P_T = 75 / 9 = 8,3

Um pondéré par les prix du 1er spectacle cinéma = 60 / 3 = 20

Le choix optimal du consommateur est le suivant :

Premier achat place de cinéma : [(Um/Pc) = 20]   avec Pc prix du cinéma

Deuxième achat place au cinéma : [(Um/Pc) = 16]

3ème achat cinéma=12,3 ; 4ème achat théâtre=8,3;5ème achat théâtre=7,7 ;6ème achat cinéma =7,7

On a donc : C1 + C2 + C3 + T1 + T2 + C4 = 4 fois cinéma et 2 fois théâtre

Ainsi le consommateur a épuisé la totalité de son revenu. Il doit arrêter ses achats. IL a dépensé = 4 cinémas à 3D la place et 2 théâtres à 9D la place. Revenu total dépensé = 4 x 3 + 2 x 9 = 30

- On peut en déduire la formule de la contrainte budgétaire

Revenu = Quantité de cinéma x Prix du cinéma + Qté théâtre x Prix du théâtre

R	=	X	.	Px	+	Y	.	Py
30	=	4	.	3	+	2	.	9

C'est la contrainte budgétaire du Consommateur.

Ce choix optimal E(4 cinéma, 2 théâtres) donne une satisfaction totale de :

UT= Um (C1) + Um (C2) + Um (C3) + Um (C4) + Um (T1) + Um (T2)
312 = 60 + 48 + 37 + 23 + 75 + 69

La meilleure satisfaction que peut obtenir le consommateur compte tenu de son revenu et des prix du marché est donnée par le panier E (4, 2) qui donne une utilité maximale U = 312. Aucune autre combinaison ne peut améliorer son utilité.

Ce qu'il faut retenir de cet exemple c'est que :

Les deux conditions d'équilibre du consommateur sont :

- **La contrainte budgétaire est égale : R = X . Px + Y . Py ⟹ 30 = 4x3 +2x 9**
- **La condition d'équilibre est : Um (X) / Px = Um (Y) / Py ⟹ 23 / 3 = 69 / 9**

L'impact d'une augmentation du prix du théâtre (de 3D à 9D), est que le consommateur

a baissé sa consommation de théâtre de 6 à 2. La consommation de cinéma n'a pas changé. Il en résulte que le niveau de vie du consommateur a baissé et le point d'équilibre optimal est passé de E(4,6) à E(4,2).

3. Conclusion :

Trois cas se présente pour un individu rationnel cherchant à maximiser sa fonction d'utilité U = U (X,Y) :

- **Dans une situation**, avec absence de contrainte budgétaire (revenu illimité), l'individu continu à consommer jusqu'à ce que l'utilité marginale de chaque bien soit nulle :

La condition d'équilibre du consommateur est : Um(X)=Um (Y) = 0

- **Dans une situation avec contrainte budgétaire (revenu limité) mais les prix des biens X et Y sont identiques** (Px = Py = 1); consommer X, c'est renoncer à un autre bien Y. En consommant, le bien X, l'individu doit tenir compte du coût d'opportunité de cette consommation câd la satisfaction qu'il aurait pu obtenir en renonçant à X et en consommant un autre bien substituable Y.

Si Um(X) > Um(Y) on doit substitution de Y par X

Si Um(X) < Um(Y) on doit substitution de X par Y

La condition d'équilibre du consommateur est : Um(X) = Um(Y)

- **Dans une situation avec contrainte budgétaire et des prix différents des biens**, il ne s'agit plus de savoir si l'on doit consommer une unité supplémentaire de X ou de Y, mais de savoir si l'on doit dépenser un dinar supplémentaire en bien X ou en bien Y. Pour avoir le maximum d'utilité, **l'individu doit toujours égaliser les utilités marginales mais il doit aussi les pondérer par les prix des biens X et Y** (Px et Py).

La condition d'équilibre du consommateur est Um(X)/Px = Um(Y) / Py

Um(X) / Px mesure l'utilité marginale par unité monétaire (un dinar) dépensée sur le bien X.

La condition fondamentale de maximum de satisfaction ou d'utilité est la suivante :

« Un consommateur pour un revenu R et des prix de marché des biens donnés obtiendra le maximum de satisfaction ou d'utilité, quant l'utilité marginale du dernier dinar dépensé pour chaque bien est exactement la même que celle du dernier dinar dépensé pour n'importe quel autre bien[2] »

Um(X) / Px = Um (Y) / Py = … = Utilité marginale par dinar de revenu

Donc la condition d'équilibre est l'égalité entre les utilités marginales par dinar de chaque bien

[2] Paul samuelson, William D. Nordhaus, micro-économie, Ed. d'organisation, 14ème édition 1995.

SECTION II.

LA THEORIE DES COURBES D'INDIFFERENCE

Au début du XXé siècle, Pareto développe la théorie des courbes d'indifférence. Selon cette théorie, on a plus besoin de mesurer et de quantifier l'utilité. Pareto adopte une approche ordinale dans laquelle l'individu ne mesure plus le niveau d'utilité mais est seulement capable d'indiquer un ordre de préférence.

Pour simplifier l'analyse, on suppose que le consommateur ne consomme que deux biens X et Y et qu'il choisit entre deux paniers A et B. qui contiennent des quantités données de X et de Y.

Un panier de biens est une combinaison des quantités de biens X et Y distinguées par le consommateur. Analytiquement, un panier prend la forme d'un vecteur à 2 composantes.

Par exemple A(4,3) : le panier A est composé de 4 unités du bien X et 3 unités de bien Y.

L'analyse reste valable pour n biens.

Pour qu'un individu soit en mesure de définir un ordre de préférence, il n'est pas nécessaire de supposer qu'il sait mesurer son utilité par un indice quantitatif (en utils). Il suffit que ces hypothèses soient réunies :

A. LA FONCTION D'UTILITE

1. Définition

La fonction d'utilité est la relation entre la quantité consommée et la satisfaction générée par cette consommation.

Pour simplifier la démonstration, on considère que le consommateur ne retire sa satisfaction que par la consommation de 2 biens X et Y.

La fonction d'utilité s'écrit : $\boxed{U = U(X, Y) \quad \text{avec } X > 0 \quad \text{et } Y > 0}$

U : mesure le niveau de satisfaction obtenue
X : la quantité consommée de bien X
Y : la quantité consommée de bien Y

Pour n biens : $U = U(Q_1, Q_2, Q_3 \ldots Qn)$

X et Y, les quantités consommées, ne peuvent être que positifs. Des quantités négatives n'auraient aucune signification économique.

Les fonctions sont définies dans l'intervalle $]0, +\infty[$

La fonction d'utilité établit un lien entre un panier de consommation composé d'une quantité donnée de bien X et d'une quantité donnée de bien Y et l'utilité que ce panier procure au consommateur.

La fonction d'utilité mesure donc la satisfaction du consommateur. Elle varie d'une personne à une autre. Le comportement de consommation varie selon l'individu.

2. Propriétés

a. Hypothèse de la « non-saturation » :

Selon cette hypothèse, le consommateur ne dit jamais non à une quantité supplémentaire de bien X ou de bien Y. Il ne connaît jamais la saturation au niveau de la consommation.

Si les deux paniers A et B contiennent la même quantité en X et si A contient une quantité plus grande en Y que B, alors A est préféré à B.

Par exemple A(3,5) et B(2,5) $\Longrightarrow$ A est préféré à B

L'axiome de la « non-saturation » impose les conditions suivantes :

En présence de 2 paniers A et B avec A = (X_A,Y_A) et B = (X_B,Y_B)

Si $\left.\begin{matrix} X_A \geq X_B \\ Y_A > Y_B \end{matrix}\right\}$ $\quad \left.\begin{matrix} X_A > X_B \\ Y_A \geq Y_B \end{matrix}\right\}$

On aura A préféré à B et B est préféré à A si les signes sont inversés

On peut vérifier facilement si une fonction d'utilité respecte l'axiome de la non-saturation à l'aide de la dérivée partielle première de U par rapport à X $\rightarrow$ $\boxed{\partial U/\partial X_{(Y=Cte)}}$

Cette expression n'est autre que l'utilité marginale de X qui est toujours positive quand X > 0.

b. la fonction d'utilité est par hypothèse continue

Cette hypothèse présente un intérêt économique. Quelle que soit la combinaison choisie de X et de Y, la fonction est définie. A défaut, il y a des combinaisons de X et Y indéfinies.

Cette hypothèse présente un intérêt mathématique. Elle permet l'utilisation de l'outil mathématique : la dérivée.

La fonction d'utilité est par hypothèse dérivable 2 fois

c. La fonction d'utilité est croissante par rapport à la quantité consommée

L'hypothèse de la non-saturation donne des dérivées partielles de la fonction d'utilité positives pour le bien X et pour le bien Y.

$$\partial U/\partial X = \lim_{\Delta X \to 0} \Delta U/\Delta X > 0$$

Pour n biens les dérivées partielles sont positives $\partial U/\partial Q_i > 0$ pour i =1…n

La fonction d'utilité est donc croissante par rapport à la quantité consommée.

d. La dérivée partielle ∂U/∂X est égale à l'utilité marginale de X

La dérivée partielle $\partial U/\partial X$ C'est égale à l'utilité marginale qui représente l'augmentation de l'utilité provoquée par une augmentation infiniment petite de la quantité consommée de X ($\Delta X \longrightarrow 0$)

e. La fonction d'utilité est par hypothèse concave, ou au moins quasi-concave

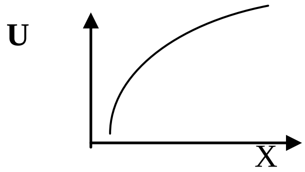
La loi de l'utilité marginale décroissante dit que lorsque la quantité consommée de bien X augmente, la satisfaction du consommateur augmente (l'utilité marginale est positive) mais elle augmente à un taux décroissant (l'utilité marginale est décroissante).

La variation de la variation est négative

La dérivée seconde est donc négative pour X : $\partial (\partial U/\partial X) / \partial X = \partial^2 U/\partial X^2 < 0$

Pour n biens $\partial (\partial U/\partial Q_i) / \partial Q_i = \partial^2 U/\partial Q_i^2 < 0$ pour i allant de 1 à n

Donc la fonction d'utilité est croissante et concave



Une fonction concave ou quasi-concave est une fonction qui présente, par définition, un maximum.

(de même une fonction convexe ou quasi-convexe est une fonction qui admet par définition un minimum).

En terme économique une fonction d'utilité concave ou quasi-concave signifie qu'il existe une combinaison de consommation E (X,Y) telle que la satisfaction du consommateur est maximale.

3. Conclusion :

En micro-économie, la fonction d'utilité présente par hypothèse, 3 caractéristiques :

- elle est continue

elle est concave ou quasi-concave. Ce qui implique que

- elle admet un maximum
- elle est deux fois dérivable

B. HYPOTHESES SUR LES PREFERENCES

1. Le consommateur est capable de faire des choix et peut classer ses préférences.

Il doit être capable de classer l'ensemble des paniers par ordre de préférence. Ces paniers se caractérisent par des combinaisons différentes de bien X et de bien Y.

Entre deux choix A et B, le consommateur est capable de comparer A et B et peut dire s'il préfère A à B (A>B) ou s'il préfère B à A (B>A) ou encore s'il est indifférent entre les deux ($A \cong B$).

2. Les choix sont transitifs

Si $A > B$ et $B > C \Longrightarrow A > C$

Si le panier A est préféré à B et le panier B est préféré à C alors A est préféré à C. Cette hypothèse suppose une cohérence dans la comparabilité des paniers.

Les hypothèses émises sur les préférences sont donc:

- La nécessité de faire un choix et son caractère délibéré
- La substituabilité des biens.
- La comparabilité,
- La transitivité.
- La non satiété:
- l'utilité marginale décroissante

C. ILLUSTRATION

Supposons qu'un consommateur ne consomme que 2 biens X et Y et se voit présenter les paniers de consommation suivant : A(3X,18Y), B(5X,13Y), A'(6,18) et B'(8,13).

Le consommateur exprime ses préférences :

Il préfère A' à A car (selon l'hypothèse de la non saturation) A' contient la même quantité que A en Y mais elle contient 3 unités supplémentaire en X.

Mais le consommateur est indifférent entre A et B car les 2 paniers lui procurent la même satisfaction (100 utils)

Le panier A' et B' lui donnent la même satisfaction. Le consommateur est donc indifférent entre A' et B'.

Le consommateur a pu exprimer ses choix en regroupant les paniers qui lui procurent un niveau de satisfaction donné (100 utils) et ceux qui lui procurent un niveau plus élevé (150).

Pour les autres paniers, le consommateur s'est exprimé ainsi :

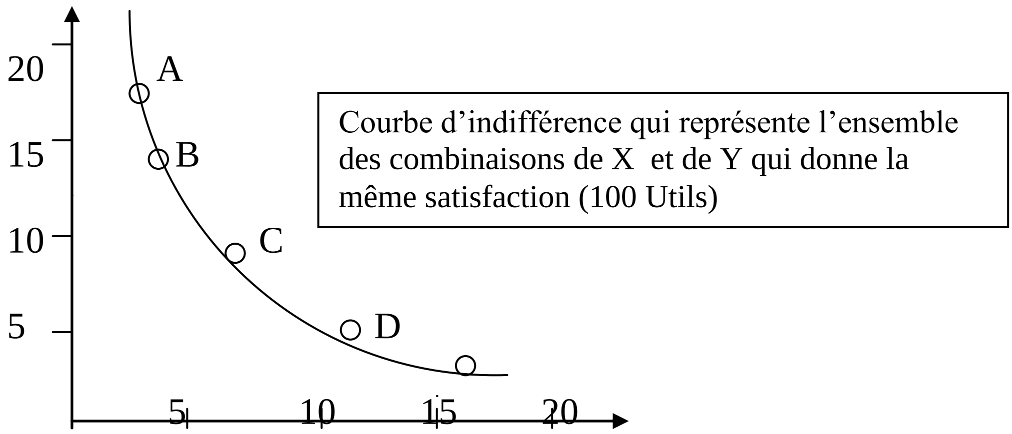
Paniers	X	Y	Utilité associée	TMS	Paniers	X	Y	Utilité associée	TMS
A	3	18	100	-	A'	6	18	150	-
B	5	13	100	5/2	B'	8	13	150	5/2
C	7	10	100	3/2	C'	10,5	10	150	3/2,5
D	11	6	100	1	D'	16	6	150	4/15,5
E	16	3	100	3/5	E'	26	3	150	3/10

- On remarque que les paniers A(3,18), B(5,13), C(7,10), D(11,6), E(16,3) lui procure la même satisfaction soit 100 utils.

Donc U est une constante (U = 100). Quel que soit le panier choisi l'utilité retirée est une constante.

- Il est indifférent entre ces paniers. On peut représenter graphiquement ce choix indiffèrent des paniers sous forme de courbe qu'on peut appeler courbe d'indifférence entre les paniers qui procurent 100 Utils :

On représente graphiquement les paniers, puis on lie les points de combinaison on obtient une courbe qui donne les différentes combinaisons de X et de Y qui procurent la même satisfaction au consommateur, soit 100 utils.



- Tout au long de cette courbe l'utilité ne change pas. Donc dU = 0
- L'équation de la courbe est de la forme de Y =f (X) pour U = 100
- Cette courbe a une pente négative. Si X augmente, Y diminue puisque la satisfaction est constante. Si X augmente et Y augmente ou stagne alors d'après l'hypothèse de la non saturation la satisfaction doit augmenter. Donc sur une même courbe d'indifférence (même niveau d'utilité) si X augmente Y doit diminuer et si X diminue Y doit augmenter pour garder la même satisfaction.
- Cette pente de la courbe d'indifférence est mesurée par $\Delta Y/\Delta X$

la pente de l'arc AB = $(Y_B - Y_A) / (X_B - X_A) = \Delta Y/\Delta X = (13-18) / (5-3) = -5/2$

- La pente de la courbe d'indifférence varie en chaque point de la courbe. Cette pente représente un taux d'échange de Y par X câd de combien remplacer une perte d'unité de X par des Y pour garder la même satisfaction. Ce taux s'appelle le taux marginal de remplacement de X par Y (ou de substitution) noté TMSy/x
- Le TMS est de signe négatif. Par convention on prend la valeur absolue pour faciliter l'interprétation économique;
- Le TMS est décroissant de A à B TMS = 5/2 ; de B à C TMS = 3/2

  de C à D TMS = 1 de D à E TMS = 3/5

A mesure que l'on descend le long de la courbe d'indifférence, le consommateur est de moins en moins disposer à renoncer à Y pour obtenir une unité supplémentaire de X. Ce qui explique que le TMS est décroissant.

En effet moins il y a de Y plus il a de X câd plus le point choisi est proche de l'origine et plus les unités restantes de Y ont tendance à se valoriser, alors que celle de X ont au contraire tendance à perdre de leur valeur à ses yeux. Par conséquent, l'individu est de moins en moins disposé à renoncer au bien Y chaque unité supplémentaire de X et le TMS est décroissant.

- Maintenant, on peut représenter graphiquement les paniers A', B', C', D', E' qui procurent au consommateur un niveau de satisfaction plus élevé. Cette courbe d'indifférence donne les différentes combinaisons qui procurent au consommateur un niveau d'utilité 150 utils.

Ainsi de suite, on peut obtenir plusieurs courbes d'indifférences classées et hiérarchisées selon le niveau de satisfaction.

L'ensemble de ces courbes d'indifférence donne une carte d'indifférence.

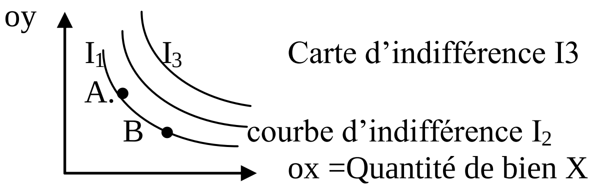
D. DEFINITION ET PROPRIESTE D'UNE COURBE D'INDIFFERENCE

1. Définition

Une courbe d'indifférence représente l'ensemble des combinaisons possible de consommation de deux biens X et Y (La combinaison A ou B par exemple) qui procure au consommateur un niveau d'utilité identique.

Une courbe d'indifférence est le lieu des combinaisons de quantités de biens procurant un même niveau d'utilité.

Le niveau d'utilité U est le même quant on se déplace le long d'une courbe d'indifférence. L'utilité augmente quant on passe d'une courbe d'indifférence à une autre courbe plus élevée. Pour un même individu, il existe une infinité de courbes d'indifférence, chacune correspondant à un niveau de satisfaction différent. L'ensemble de ces courbes d'indifférence est appelé « carte d'indifférence ». Il existe autant de cartes d'indifférence que d'individus.



2. Propriétés :

Les courbes d'indifférence possèdent 5 propriétés :

- Le long d'une courbe, la variation d'utilité totale est nulle : $dU = 0$
- Une courbe d'indifférence a une pente négative. Ceci dérive de l'axiome de comportement selon lequel le consommateur préfère toujours plus.
- Une courbe d'indifférence est convexe par rapport à l'origine.
- Les courbes d'indifférence ne peuvent se couper.
- Plus les courbes d'indifférences sont éloignées de l'origine, plus le niveau est élevé.

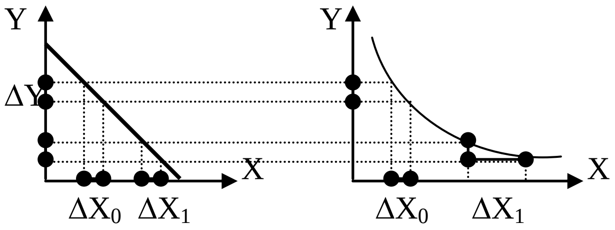
a. Les courbes d'indifférence sont décroissantes (de gauche à droite):

les courbe d'indifférence ont une pente négative. En effet, sur le long de la courbe, il existe une relation « inverse » ou décroissante » ou « négative » entre X et Y : si X augmente, Y diminue et inversement. Par conséquent la pente $\Delta X/\Delta Y$ de la courbe d'indifférence est négative.

Pourquoi quant X augmente , Y doit diminuer ? parce que l'individu rationnel ne pousse pas sa consommation d'un bien jusqu'à dépasser le point S où l'utilité marginale est négative, puisque au delà de S l'utilité totale décroît (U↓). Si on admet que le consommateur rationnel ne dépasse jamais S, on suppose que l'utilité marginale est toujours positive. Donc si Y diminue alors l'utilité totale diminue, il faut donc augmenter X pour garder le même niveau de satisfaction. Et inversement, si Y augmente, l'utilité totale augmente, il faut alors réduire X pour avoir une utilité totale stable .
La décroissance de la courbe d'indifférence s'explique donc par le fait que les utilités marginales de X et de Y sont supposées positives en raison de la rationalité des comportements des agents économiques et en raison de l'hypothèse de non-satiété.

b. Les courbes d'indifférence sont convexes (par rapport à l'origine des axes)

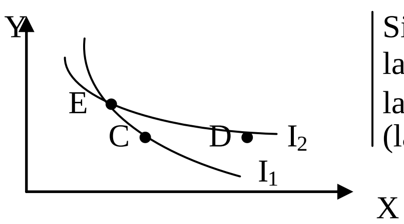
Les courbes d'indifférences ne sont pas droites mais courbées vers le bas : leur inclination diminue progressivement de gauche à droite.



- Le long d'une droite une baisse de Y de ΔY suppose, pour avoir une utilité inchangée, une augmentation de X de ΔX. L'Um ΔY/ΔX (la pente) est constante quelque soit le niveau.
- Le long d'une courbe convexe, une même diminution de Y (ΔY) ne peut être compensée que par une quantité croissante du bien X.(ΔX>ΔY). Ceci s'explique par la décroissance de l'utilité marginale (Um). Quand on substitue du bien X au bien Y, Y est de plus en plus rare, donc l'Um de Y augmente. Seule une quantité croissante de l'autre bien pourrait maintenir la satisfaction inchangée, d'autant que, X étant de plus en plus abondant, son Um diminue.
- Si les courbes d'indifférence n'étaient pas convexes, le consommateur limiterait son choix à un seul bien ou son choix serait indéterminé.

c. Les courbes d'indifférence ne se coupent pas :

-



Si I_1 et I_2 se coupent au point E, point d'intersection entre la courbe I_1 et I_2, C et D devraient, par définition, procurer la même satisfaction que E ;or c'est impossible puisque D>C (la combinaison D donne une satisfaction supérieure que C)

Deux courbes d'indifférence ne peuvent se croiser ni se toucher en un ou plusieurs points ; elles ne peuvent avoir un ou plusieurs points en commun.

Supposons que deux courbes d'indifférence aient un point en commun : alors cela signifie qu'un panier aurait 2 niveaux de satisfaction différente. Ce qui est contraire à la définition de l'utilité où à chaque panier correspond un seul niveau de satisfaction.

d. L'hypothèse de la non-saturation implique, de plus, que la satisfaction du consommateur augmente lorsqu'il passe d'une courbe d'indifférence à une autre plus éloignée de l'origine.

En effet lorsqu'on s'éloigne de l'origine, on obtient des paniers de consommation contenant des quantités de biens plus importantes, ce qui, d'après l'hypothèse de la pente négative des courbe, accroît le niveau de satisfaction.

3.Application

Soit la fonction d'utilité suivante : $\boxed{X^{1/2}\ Y^{1/2}}$

Donner les caractéristiques de la courbe d'indifférence.

On pose U = c (c étant une constante) $\Longrightarrow$

$\boxed{Y = c^2 / X}$ C'est l'équation de la courbe d'indifférence du niveau c

La courbe d'indifférence est une hyperbole équilatère, définie dans chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$.

La courbe d'indifférence est décroissante car c>0. Elle n'a de signification économique que pour X et Y positifs.

Elle n'est pas définie pour X = 0.

On peut démontrer que cette courbe d'indifférence est décroissante et convexe par rapport à l'origine càd démontrer qu'elle répond bien aux caractéristiques admises pour une courbe d'indifférence, il suffit pour cela d'étudier les signes et dérivées.

$dY/dX = - c^2 X^{-2} < 0 \Longrightarrow$ la courbe d'indifférence est décroissante

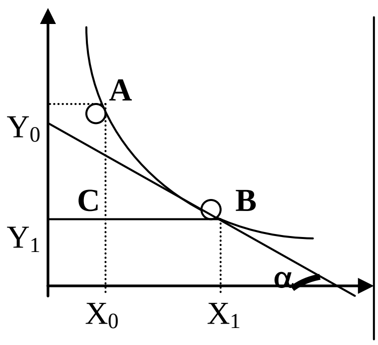
$d^2Y/dX^2 = 2 c^2 X^{-3} > 0 \Longrightarrow$ la courbe d'indifférence est convexe par rapport à l'origine des axes

E. LE TAUX MARGINAL DE SUBSTITUTION :

1. Définition :

La substitution consiste à remplacer une chose par une autre, sans changement par ailleurs. Dans la théorie de l'utilité ordinale, le consommateur, étant indifférent entre plusieurs paniers, peut substituer un bien par un autre à condition de maintenir identique son niveau de satisfaction.

la forme des courbes d'indifférence est déterminée par le rythme auquel le bien Y et le bien X sont échangés le long de ces courbes. Ce rythme ou taux d'échange entre X et Y est appelé taux de substitution.



panier A=(OX_0,OY_0)
panier B=$(OX_1,OY1)$
si le consommateur veut obtenir X_0X_1 en plus, il doit Renoncer à Y_0Y_1 (pour la même satisfaction)
Le taux auquel ce consommateur est disposé à substituer Y par X s'écrit :
$(OY_0-OY_1) / (OX_1-OX_0) = AC/CB = |\Delta Y/\Delta X|$

$\boxed{TMS = \Delta Y/\Delta X = \text{Pente } \alpha}$

> Le taux marginal de substitution est la petite quantité d'un bien que l'on soit prêt à sacrifier pour obtenir une unité supplémentaire d'un autre bien, l'utilité totale demeurant constante.
>
> Le taux marginal de substitution (TMS) entre deux biens Y et X mesure la variation de la quantité consommée du bien Y qui est nécessaire, le long d'une courbe d'indifférence, pour compenser une variation infiniment petite (infinitésimale) de la quantité consommée du bien X

Le TMS varie en chaque point et est continuellement décroissant. D'un point de vue mathématique, le TMS est mesuré par la dérivée de Y par rapport à X càd la pente en un point de la courbe d'indifférence.

Les caractéristiques du TMS sont :

- Le TMS est négatif. Ce ci découle du fait qu'il est la valeur absolue de la pente d'une courbe d'indifférence.
- Le TMS varie le long d'une courbe d'indifférence puisqu'il est la valeur absolue de la pente en un point d'une telle courbe. . Le TMS est donc variable.
- Le TMS est décroissant

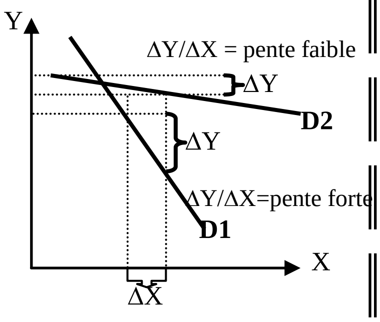
Par convention on définit le TMS avec un signe (-) en sorte que le TMS soit positif ou on prend la valeur absolue

$$\boxed{TMS = (-)\, dY/dX \quad ou \quad TMS = \left| dY / dX \right|.}$$

Le TMS = 3 signifie qu'au point de la courbe d'indifférence où est effectué le calcul, une augmentation "«marginale » (tendant vers 0) de X nécessite une diminution de 3 unités de la quantité consommée de Y, si l'on veut maintenir la satisfaction inchangée.

Le TMS est un indicateur psychologique, il montre de quelle manière, l'individu acceptera de substituer du bien X à du bien Y.

Rappel mathématique :
la pente



Sur cette figure, on suppose une relation linéaire (représentée par une droite) entre le bien Y et le bien X. La droite D1 a une forte pente ou inclination, et la droite D2 a une très faible pente. Concrètement cela implique que Y diminue très vite le long de D1 et très lentement le long de D2 lorsque X augmente

Mesurer la pente de ces droites revient donc à mesurer « la vitesse » à laquelle Y varie en réaction à une variation donnée de X. On mesure cette vitesse ou « pente » en faisant le rapport entre une variation de Y et celle de X, entre deux points quelconques.

$$\boxed{Pente = \Delta Y / \Delta X}$$

On voit sur la figure que ce rapport est, en valeur absolue, nettement plus élevé pour D1 que pour D2

De la pente à la dérivée

Une droite se distingue d'une courbe par la constance de sa pente. Le rapport $\Delta Y / \Delta X$ est identique entre deux points quelconques de la droite.

Si on prend deux points tellement proches qu'à la limite on peut considérer comme pratiquement confondus, on calcule « la pente en un point ». Cette pente en un point n'est autre que la dérivée de Y par rapport à X. En effet elle mesure la variation de Y pour une variation infiniment petite de X ($\Delta X \longrightarrow 0$)

Le long d'une droite, la pente en un point (la dérivée) est constante et identique à la pente entre deux points quelconques, ou encore : $\Delta Y / \Delta X = dY/dX$.

Ce résultat n'est plus vérifié le long d'une courbe. La pente de la courbe varie en chaque point. La valeur absolue de la pente diminue le long d'une courbe convexe et augmente le long d'une courbe concave. Le calcul de la pente d'une courbe n'a plus de sens. Le seul indicateur de Y est la dérivée, que l'on peut considérer comme « la pente en un point » de la courbe. Mathématiquement, on dit « la pente de droite tangente à la courbe en ce point ».

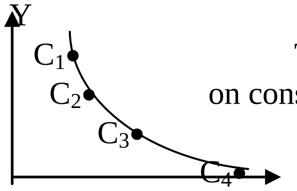
2. Propriétés :

a. **la propriété de décroissance du TMS**

La convexité des courbes d'indifférence entraîne la conséquence fondamentale qu'est la décroissance du TMS lorsque la consommation de bien X s'accroît.

La valeur absolue du TMS est une fonction décroissante de la quantité de bien représentée en abscisse.

Plus forte est la dotation en un bien, plus élevée sera la variation donnée de ce bien nécessaire à compenser une variation donnée de l'autre bien.



$TMS_1 = \Delta Y_1/\Delta X_1$ $\quad$ $TMS_2 = \Delta Y_2/\Delta X_2$

on constate que $|\Delta Y_1| > |\Delta Y_2|$ et $|\Delta X_1| < |\Delta X_2| \Longrightarrow |TMS_1| > |TMS_2|$

b. relation entre TMS et Um :

La fonction d'utilité U = f(X,Y) exprime l'idée que l'UT perçue par le consommateur et la satisfaction qui en découle dépendent des consommations.

Les changements de combinaisons de consommation affectent par conséquent l'UT. L'impact des changements de consommation sur l'UT se mesure par la différentielle dU de la fonction d'utilité

$$\boxed{\mathbf{dU = \partial U/\partial X \,.\, dX + \partial U/\partial Y \,.\, dY \Longleftrightarrow dU = Um(X)\, dX + Um(Y) \,.\, dY}}$$

$\partial U/\partial X$ est la dérivée partielle de la fonction d'utilité par rapport à X. elle représente l'Um de la consommation de bien X

dX représente la variation de consommation de bien X

Lorsque les changements de combinaison s'effectuent sur la même courbe d'indifférence, l'utilité reste constante de sorte que dU=0 d'où $\Longrightarrow$

$$\partial U/\partial X \,.\, dX = - \partial U/\partial Y \,.\, dY \quad TMS = dY/dX = - \frac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} \quad \text{câd} \quad \frac{UmX}{UmY} = - \frac{dY}{dX}$$

Le TMS est égal au rapport des utilités marginales affecté de signe-

3. Application

Soit la fonction d'utilité : $\boxed{2\, X^{1/2}\, Y^{1/2}}$

Sur U=Cte , on aura

dU = 0 $\quad$ $0 = \partial U/\partial X \,.\, dX + \partial U/\partial Y \,.\, dY$

$\partial U/\partial X = (Y/X)^{1/2}$

$\partial U/\partial Y = (X/Y)^{1/2}$

TMSxy = - Y/X

Rappel mathématique : Les différentielles ; Les dérivées partielles

La différentielle est un calcul d'accroissements. Il ne faut pas confondre avec la dérivée, qui est un rapport entre deux accroissements.

1. Soit une fonction à une seule variable : $y = f(x)$

La différentielle de y, notée dy, est la variation de y due à une petite variation de x.

La dérivée première de la fonction, qui est la limite du rapport $\Delta y/\Delta x$ lorsque Δx tend vers 0, s'écrit : $y' = dy/dx$ la différentielle est : $dy = dy/dx \cdot dx$

2. La différentielle totale et les dérivées partielles

Lorsqu'une fonction a deux variables ou plus, par exemple $y = f(x,z)$, la différentielle totale de y est dy qui est la variation de y due à de petites variations de x et de z, notées dx et dz. Elle a pour expression /

$$dy = \partial y/\partial x \cdot dx + \partial y/\partial z \cdot dz$$

où $\partial y/\partial x$ et $\partial y/\partial z$ sont les dérivées partielles de y par rapport à x et à z.

Dans une fonction à plusieurs variables, la dérivée partielle mesure la variation d'une variable indépendante, câd x ou z dans la fonction $y = f(x,z)$, les autres variables indépendantes demeurant constantes.

Ainsi, $\partial y/\partial x$ mesure la variation de y, variable dépendant , occasionnée par un changement infinitésimal de x, z restant constant..

3. Interprétation économique de la pente de la courbe d'indifférence

Soit la fonction d'utilité $U = U(X,Y)$

Si X et Y varie simultanément, la variation totale de l'utilité est :

$$dU = \partial U/\partial X \cdot dX + \partial U/\partial Y \cdot dY$$

$$dU = Um(X)\, dX + Um(Y) \cdot dY$$

$\partial U/\partial X = Um(X)$ et $\partial U/\partial Y = Um(Y)$

sur une courbe d'indifférence l'utilité est constante ($U = Uo$). La dérivé d'une constante est 0

$dUo = 0 \Longrightarrow Um(X)\, dX + Um(Y) \cdot dY = 0$

$dY/dX \quad U=Uo \quad = \quad - Um(X) / Um(Y)$

La pente de la courbe d'indifférence en un point est égale au rapport des utilités marginales des deux biens X et Y en ce point multiplié par (-1)

La condition d'équilibre s'écrit :

$$- Px/Py = - Um(X) / Um(Y) \quad \text{ou} \quad Um(X) / Px = Um(Y) / Py$$

A l'équilibre, les utilités marginales de la dépense sur chacun des biens sont égales. C'est la règle de Gossen.

Tant que le consommateur retire une plus forte utilité marginale de la dépense sur X que sur Y (Um(X) > Um(Y)}, il augmente sa demande de X au détriment de la demande de Y. Il s'ensuit une baisse de l'utilité marginale de X et une augmentation de l'utilité marginale de Y.

L'optimum est atteint lorsque l'utilité marginale de la dépense est la même pour chacun des biens ; l'utilité du dernier dinar dépensé sur chaque bien est la même.

CHAPITRE II.

L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

Le consommateur est dit en équilibre, compte tenu de la contrainte imposée par son revenu et les prix des biens, quant il tire de ses dépenses une utilité (ou satisfaction) totale maximale. En d'autres termes, un consommateur en équilibre, quand étant donné, sa contrainte budgétaire, il atteint la courbe d'équivalence la plus élevée possible.

SECTION I.

CONTRAINTE BUDGETAIRE ET EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

La contrainte de budget indique toutes les différentes combinaisons de deux biens qu'un consommateur peut acheter, compte tenu de son revenu et du prix des deux biens.

Les courbes d'indifférence n'indiquent pas la combinaison optimale. Elles expriment « le souhaitable » du consommateur mais n'intégrant pas les contraintes qui pèsent sur sa décision.

A. LA CONTRAINTE BUDGETAIRE

1. Définition :

Le consommateur doit choisir une combinaison parmi l'ensemble des combinaisons qui sont possibles compte tenu de son revenu (R), et des prix des biens X et Y (Px et Py). Le revenu est déterminé sur le marché de travail. Les prix des biens sont déterminés sur le marché des biens et services. R, Px et Py sont des données pour le consommateur. Ce sont des variables exogènes, qui s'imposent au consommateur comme des contraintes au moment des choix.

Concrètement, la contrainte budgétaire signifie que la dépense doit être égale au revenu :

$$R = Px.X + Py.Y$$

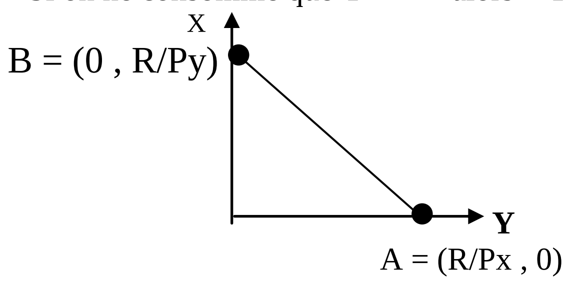
Revenu = prix de bien X multiplié par la qté de bien X + prix de bien Y multiplié par la qté Y

Revenu = dépense sur X + dépenses sur Y

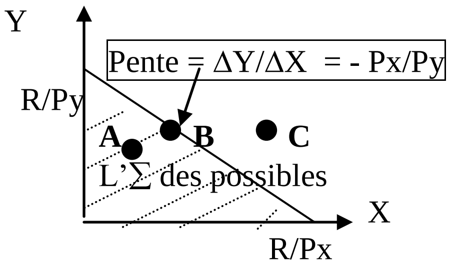
2. Représentation graphique :

On peur représenter la contrainte graphique : l'ensemble des combinaisons possibles de consommation des biens X et Y avec R donné est représenté par une droite. Il suffit de choisir les deux points extrêmes.

- Si on ne consomme que X alors R = Px.X X = R/Px Panier A = (R/Px , 0)
- Si on ne consomme que Y alors Y=Py.Y Y = R/Py Panier B = (0 , R/Py)



Les paniers intermédiaires entre ces deux extrêmes, se trouvent sur le segment de droite qui relie ces deux paniers. Ce segment de droite représente la contrainte budgétaire. L'ensemble des possibilités de consommation est représenté par le triangle hachuré y compris la frontière oblique.



Tous les paniers figurant dans la zone hachurée ou sur la droite, par exemple A et B peuvent être achetée par le consommateur. Mais un panier tel que A ne sera pas choisi, car le revenu ne serait pas intégralement dépensé. Les paniers au-dessus de la droite, tels que C, ne peuvent non plus être choisi puisqu'ils ne respectent pas la contrainte financière

3. Equation :

Equation de la contrainte budgétaire $\boxed{Y = (R/Px) – (Px/Py) . X}$

Cette équation décrit comment évolue la consommation de Y en fonction de celle de X.

Cette relation, qui exprime la contrainte financière du consommateur, est appelée droite de budget.

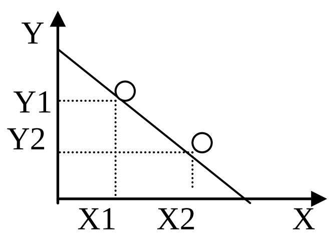
$\boxed{\text{-(Px/Py) mesure la pente de la droite budgétaire}}$.

4. Propriétés

La pente de la contrainte budgétaire met en évidence un coût d'opportunité à caractère objectif, du point de vue du consommateur.

Si le consommateur désire augmenter X de (X1-X2) il ne pourra le faire que lorsqu'il renonce à une partie de la consommation de Y de (Y2-Y1).

Au départ on R = Px .X + Py . Y



Supposons des variations dX et dY en respectant la contrainte budgétaire, On a :

Px (X + dX) + Py (Y + dY) = R

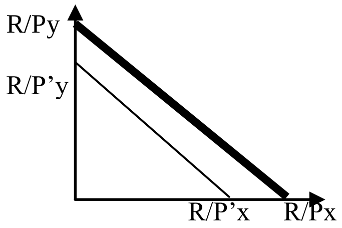
(Px X + Py Y) + Px dX Py dY = R

$\Rightarrow$ - dY / dX = Px / Py

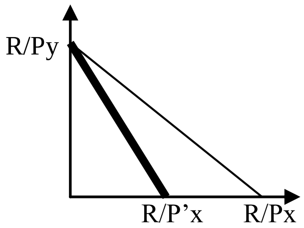
5. Effets d'une variation du prix et du revenu sur contrainte budgétaire

- Si le revenu augmente de R à R', la courbe de la contrainte budgétaire se déplace vers le haut (cas a)

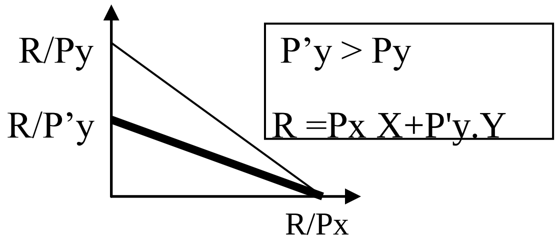
- Si le prix de X augmente, la courbe s'incline du côté des X (cas b).
- Si le prix de Y augmente la courbe s'incline du côté de Y (cas c).



cas a



cas b



cas c

B. DETERMINATION DE L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

La théorie des choix :

La théorie des choix met en évidence les principes qui déterminent le choix de consommation. Le consommateur atteint sa consommation d'équilibre lorsque la combinaison de consommation retenue lui procure la plus grande satisfaction qu'il soit possible d'obtenir, compte tenu des contraintes qui représentent le niveau des prix et le budget de consommation disponible.

On a admis que le consommateur rationnel est celui qui recherchait un maximum de satisfaction. On peut élargir l'approche en disant qu'un agent économique est rationnel s'il cherche à optimiser une fin, compte tenu de moyens donnés ou bien à réaliser une fin donnée en optimisant les moyens à mettre en œuvre pour la réaliser.

L'application de ces principes au comportement du consommateur donnera deux formulations de la notion de comportement rationnel :

- le consommateur sera rationnel s'il cherche à obtenir le maximum de satisfaction du revenu dont il dispose
- Le consommateur sera rationnel s'il cherche à rendre minimum le revenu nécessaire pour obtenir un niveau donné de satisfaction.

En définissant le comportement du consommateur de l'une ou de l'autre façon, on est conduit à admettre que le comportement rationnel s'identifie à la recherche d'un optimum sous contrainte.

Si on connaît le revenu disponible de l'individu et les prix unitaires des biens, le consommateur sera rationnel s'il cherche à obtenir un maximum de satisfaction sous la contrainte de son budget et des prix qui sont donnés.

La maximisation sous contrainte :

La recherche de l'optimum du consommateur consiste à déterminer les quantités maximales de biens, X* et Y*, qui maximisent l'utilité sous contrainte budgétaire. Mathématiquement, il s'agit de trouver un extremum sous contrainte qui se formule ainsi :

Maximiser $U = U(X,Y)$

Sous contrainte : $R = P_x .X + P_y . Y$ Où R, Px et Py sont des constantes.

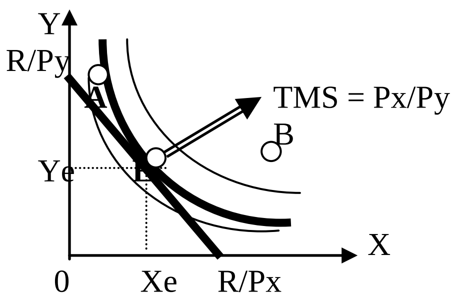
Ce système peut être généralisé à n biens.

$$\begin{cases} \text{Max } U = U(Q_1, Q_2, \ldots, Qn) \\ \text{Sous contrainte } R = P_1Q_1 + P_2Q_2 + \ldots + PnQn \end{cases}$$

1. La méthode géométrique

Le consommateur cherche le maximum de satisfaction. Il doit choisir le panier qui se trouve sur la courbe d'indifférence la plus élevée et qu'il est possible de l'acquérir compte tenu de son revenu (respecter la contrainte budgétaire).

Pour cela, il doit identifier la combinaison possible, placée sur sa droite budgétaire, qui représente le niveau de satisfaction la plus élevé. Cette combinaison est celle qui se situe sur la courbe d'indifférence la plus élevée.



En conséquence, la combinaison optimale est définie par le point où une courbe d'indifférence est tangente à la droite budgétaire (le point E).

<u>Vérifiant que le point E est la combinaison maximale :</u>

- <u>Supposons que le consommateur choisit le panier A.</u>

Ce panier respecte la contrainte budgétaire puisqu'il est situé sur la droite budgétaire mais il se situe sur une courbe d'indifférence plus proche de l'origine et moins élevée que celle de E.

Le point A utilise le même revenu que E mais rapporte moins de satisfaction. Donc le consommateur rationnel rejette A et préfère avoir E $\Longrightarrow$ E = (X* , Y*)

- <u>Supposons que le consommateur choisit B. Ce point est-il optimum ?</u>

Ce point donne une satisfaction meilleure que le point E mais ce niveau de vie dépasse le revenu du consommateur.

Le panier B se trouve sur une courbe d'indifférence plus élevée mais il est irréalisable.

Donc le point E de tangence entre la droite du budget et une courbe d'indifférence est le point optimal. Tout point diffèrent de E sur la droite du budget n'est pas optimal, car l'utilité du consommateur pourrait améliorer compte tenu de son revenu.

Au point E, le consommateur maximise son utilité en demandant les quantités (X*,Y*). Le point E est le point optimum. On dit aussi qu'il est le point d'équilibre du consommateur.

Sur ce point, la pente de la courbe d'indifférence (dY/dX) et celle de la droite budgétaire (-Px/Py) sont confondues.

Au point d'équilibre, on a donc :

Pente de la droite du budget = Pente de la courbe d'indifférence
- Px/Py = dY/dX

La pente de la droite de budget représente le taux auquel le consommateur peut échanger du bien X contre du bien Y dans son panier. Ce taux est constant.

La pente de la courbe d'indifférence représente le taux auquel le consommateur peut substituer du bien Y au bien X sans changer son utilité. Ce taux est variable. Il dépend de la quantité de (X,Y) possédée par le consommateur. C'est le TMS.

A l'équilibre les deux taux sont égaux.

A l'équilibre le taux auquel le consommateur est prêt à substituer du bien Y pour du bien X, est égal au taux auquel le marché lui permet d'effectuer cette substitution.

En dehors de l'équilibre, les deux taux diffèrent

Donc par définition le TMS=-dY/dX alors $\boxed{\text{TMS} = \text{Px/Py}}$

Ce résultat est compatible avec celui de la théorie de l'utilité marginale. En effet au point d'équilibre du consommateur E, on a :

$$\boxed{\text{TMS} = \text{UmX/UmY} = \text{Px/Py} \quad \text{alors} \quad \text{UmX/Px} = \text{UmY/Py}}$$

On retrouve la loi d'égalisation des utilités marginales pondérées par les prix.

Cette relation correspond à l'idée que la satisfaction du consommateur est maximale lorsque la dernière unité monétaire consacrée à l'achat de chacun des biens lui procure le même supplément d'utilité.

En effet, si l'affectation de la dernière unité monétaire suppose le choix entre 2 achats d'utilités différentes, le consommateur rationnel privilégie le bien dont l'utilité est supérieure. Donc l'utilité est maximale lorsqu'aucune opportunité n'est laissée inexploitée. C'est l'idée de la **deuxième loi de Gossen**.

2. La méthode de substitution

Le problème qui est posé est celui de la maximisation d'une fonction d'utilité sous contrainte budgétaire.

Il s'agit de trouver X* et Y* qui maximise U = U (X , Y)
Sous contrainte R = Px.X + Py.Y

Il est possible de transformer un problème de maximisation d'une fonction sous contrainte en un problème de maximisation d'une fonction sans contrainte en procédant ainsi :

A partir de l'équation de la contrainte budgétaire, on obtient Y qu'on remplace dans U. On exprime ainsi U en fonction de X seulement. On dérive U par rapport à X pour obtenir le point maximal :

- A partir de la contrainte budgétaire : (R = Px X + Py Y), on extrait Y en fonction de X :

Y = -Px/Py . X + R/Py

- Puis on remplace la valeur de Y dans la fonction d'utilité :

U = U (X , -Px/Py. X + R/Py) = U (X, f(X))

Cette fonction dépend d'une seule variable X

- On cherche le maximum de la fonction d'utilité obtenue en annulant la dérivée totale de U par rapport à X :

On annule la dérivée totale de U par rapport à X : dU/dX = 0 $\Longrightarrow$ E (X* , Y*)

3. La méthode du Lagrangien

<u>Rappel mathématique : les multiplicateurs de Lagrange</u>
Les multiplicateurs de Lagrange sont une méthode qui permet de transformer un problème d'extremum sous contrainte (ou lié) en un extremum sans contrainte (libre).
Soit une fonction $F(x_1,x_2)$ à maximiser sous la contrainte $G(x_1,x_2)$.
Il est possible de former une nouvelle fonction en posant la contrainte égale à 0, de la multiplier par λ, constante indéterminée appelée multiplicateur de Lagrange, et en ajoutant (ou la retranchant) à la fonction initiale. On forma ainsi la fonction de Lagrange :
$£ (x_1,x_2, \lambda) = F(x_1, x_2) + \lambda\ G (x_1, x_2) = 0$
ou plus simplement $£ = F(x_1, x_2) + \lambda\ G (x_1, x_2)$
La fonction objective à maximiser $F(x_1, x_2)$ n'est modifiée par l'ajout de $\lambda\ G (x_1, x_2)$ puisque la contrainte est supposée nulle. Dés lors, la maximisation $F(x_1, x_2)$ est obtenue en annulant les dérivées partielles de premier ordre de £ par rapport à x_1, x_2 et λ puis en résolvant pour x_1, x_2 et λ :
$\partial £/\partial x_1 = F_1 + \lambda.G_1 = 0$
$\partial £/\partial x_2 = F_2 + \lambda.G_2 = 0$
$\partial £/\partial \lambda = G(x_1 + x_2) = 0$
où F_1 et F_2 sont respectivement les dérivées partielles de F par rapport à x1 et x2. La résolution de ces trois équations simultanées fournit les valeurs de x1 et x2 qui maximisent la fonction objectif F sous la contrainte $G(x_1,x_2) = 0$

a . Méthode de Lagrange pour deux biens

Le problème est une maximisation sous contrainte :

U = U(X,Y)
Sous contrainte $R = P_x.X + P_y.Y$

Ce qui nous permet d'écrire une nouvelle fonction, en posant la contrainte budgétaire égale à zéro, en la multipliant ensuite par λ, multiplicateur de Lagrange, et en l'ajoutant enfin à la fonction initiale. On obtient alors une nouvelle fonction dit («fonction de Lagrange».

Poser la contrainte budgétaire comme étant égale à zéro revient à écrire : $(P_x X + P_y Y = R$

La fonction de Lagrange, £, est alors égale à :

$$£ = U(X,Y) + \lambda\,(Px.X+Py.Y) – R)$$

Cette fonction admet un extremum si d£ = 0, la différentielle totale nulle, câd si les dérivées partielles par rapport aux variables X, Y et λ sont nulles.
L'annulation des dérivées partielles est une opération appelée « recherche des conditions de première ordre » ou « recherche des conditions d'optimum »

L'extremum sera un maximum si $d^2£ <0$, la différentielle totale seconde de Lagrange, est une forme quadratique définie négative. La recherche du signe de $d^2£$ est une opération appelée recherche des conditions du deuxième ordre.

La fonction Lagrange est donc maximale lorsque les dérivées partielles de chacune de ses variables s'annulent, conditions dites de premier ordre. Nous aurons alors

$$\partial£/\partial X = \partial U/\partial X + \lambda.P_x = 0$$
$$\partial£/\partial Y = \partial U/\partial Y + \lambda.P_Y = 0$$
$$\partial£/\partial\lambda = Px.X+Py.Y – R= 0$$

On obtient un système de 3 équations à 3 inconnus

Le système peut s'écrire ainsi :

$$\lambda = \frac{\partial U/\partial X}{Px} = \frac{\partial U/\partial Y}{Py} \Rightarrow \frac{Um\ (X)}{Px} = \frac{Um\ (Y)}{Py}$$

On retrouve la règle de Gossen

Dans le cas de deux biens X et Y, nous aurons alors à vérifier les conditions d'équilibre suivantes

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U/\partial X}{Px} = \dfrac{\partial U/\partial Y}{Py} \Longrightarrow \dfrac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \dfrac{Px}{Py} \quad \text{et} \\ X.Px + Y.Py = R \end{cases}$$

À rappeler que : $\dfrac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \dfrac{Px}{Py}$ = Taux marginal de substitution

b. méthode de Lagrange pour n biens

Soit U une fonction d'utilité à maximiser sous la contrainte budgétaire R. On sait d'autre part que l'intégralité des ressources dont on dispose est destinée à la consommation de n biens X. Nous aurons alors :

$$U = U(X_1, X_2, \dots, X_n)$$
$$\text{et} \quad R = P_1X_1+P_2X_2+\dots+P_nX_n$$

Ce qui nous permet d'écrire une nouvelle fonction, en posant la contrainte budgétaire égale à zéro, en la multipliant ensuite par λ, multiplicateur de Lagrange, et en l'ajoutant enfin à la fonction initiale. On obtient alors une nouvelle fonction dit(«fonction de Lagrange».

Poser la contrainte budgétaire comme étant égale à zéro revient à écrire :

$$(P_1X_1+P_2X_2+\dots+P_nX_n) – R$$

La fonction de Lagrange, £, est alors égale à

$$£ = U(X_1, X_2, \dots, X_n) + \lambda\,(P_1X_1+P_2X_2+\dots+P_nX_n – R)$$

Cette fonction est maximale lorsque les dérivées partielles de chacune de ses variables s'annulent, conditions dites de premier ordre. Nous aurons alors

$$\partial £/\partial X_1 = \partial U/\partial X_1 + \lambda.P_1 = 0$$
$$\partial £/\partial X_2 = \partial U/\partial X_2 + \lambda.P_2 = 0$$
$$\ldots$$
$$\partial £/\partial X_n = \partial U/\partial X_n + \lambda.P_n = 0$$
$$\partial £/\partial \lambda = (X_1.P_1+X_2.P_2+\ldots+X_n.P_n) - R = 0$$

Soit encore : $\frac{\partial U/\partial X_1}{P_1} = \frac{\partial U/\partial X_2}{P_2} = \ldots = \frac{\partial U/\partial X_n}{P_n}$ et $X_1P_1 + X_2P_2 + \ldots + X_nP_n = R$

4. Interprétation du multiplicateur de Lagrange λ

On peut démontrer que le multiplicateur de Lagrange, noté λ représente l'utilité marginale du revenu.

L'utilité marginale du revenu se définit comme la variation d'utilité générée par la variation du budget de consommation, et se note dU/dR.

L'expression du revenu est donnée par la contrainte de budget : $R = Px.X + Py.Y$

Donc la variation du revenu s'écrit $dR = dPx.X + Px.dX + dPy.Y + Py.dY$

soit, Si on considère les prix comme donnés : $dR = Px.dX + Py.dY$

Les variations des quantités dX et dY sont déterminées par les conditions d'équilibre du consommateur, soit notamment (d'après la condition du premier ordre):

$$\begin{cases} \partial U/\partial X = \lambda.Px \\ \partial U/\partial Y = \lambda.Py \end{cases}$$

de Sorte que les prix se réécrivent :

$$Px = \partial U/\partial X \, . \, 1/\lambda$$
$$Py = \partial U/\partial Y \, . \, 1/\lambda$$

Donc la variation du revenu se réécrit

$$\boxed{dR = \partial U/\partial X \, . \, 1/\lambda \, . \, dX + \partial U/\partial Y \, . \, 1/\lambda \, . \, dY = 1/\lambda \, (\partial U/\partial X \, .. dX + \partial U/\partial Y \, . \, dY)}$$

soit encore, puisque le terme entre parenthèses n'est autre que la différentielle dU de la fonction d'utilité :

$$\boxed{dR = 1/\lambda \, . \, dU \qquad \text{d'où en définitive} \qquad dU/dR = \lambda}$$

Ainsi, le multiplicateur de Lagrange λ est égal à l'utilité marginale du revenu, c'est-à-dire à la variation de l'utilité du consommateur susceptible d'être entraînée par une variation d'une unité de son revenu, à prix des deux biens donnés.

4. Application

On suppose que la fonction d'utilité d'un individu est de la forme : $U = 2\ X\ Y$
Avec R=10, Px=2, Py=1

Travail demandé : Calculer, selon les deux méthodes, les quantités de biens X et Y demandées par l'individu rationnel. ? Quel sera l'indice de satisfaction correspondant à celle de la demande optimale ?

Un agent rationnel maximise sa satisfaction tout en respectant les contraintes qui pèsent sur lui (R, Px, et Py des donnés)

*** Méthode de substitution**

$$\text{Système}\begin{cases}\text{Maximiser } U = 2\,X\,Y & (1)\\ \text{Sous contrainte } 10 = 2.X + Y & (2)\end{cases}$$

- On tire Y de (2) : 10=2X+Y $\Longrightarrow$ $\boxed{Y = 10\text{-}2X}$ C'est l'équation de la CB

- On remplace Y dans U $\Longrightarrow$ U = 2XY = 2X (10-2X) $\Longrightarrow$ $\boxed{U = 20X\text{-}4X^2}$

La FU ainsi obtenue dépend d'une seule variable X. On peut calculer le maximum (une équation à 1 inconnu)

La condition nécessaire pour que la satisfaction admette un maximum est que la dérivée première puisse s'annuler. La condition suffisante, est que la dérivée seconde soit négative.

$$dU/dX = 20 - 8\,X = 0 \Longrightarrow \boxed{X = 5/2}$$

La fonction admet un extremum pour X=5/2. Cet extremum est un maximum si dérivée second est négative.

$$d^2U/dX^2 = -8 < 0$$

- Les variables X et Y sont liées par la contrainte budgétaire (CB). Pour calculer Y, on remplace la valeur de X dans l'équation de la CB :

$$Y=10\text{-}2X = 10\text{-}2(5/2) \Longrightarrow \boxed{Y = 5}$$

- Le panier E qui maximisera la satisfaction de l'individu est E(X=5/2 , Y=5)

- E donne le maximum de satisfaction. On remplace la valeur de X et Y dans U.

$$U=2XY=2.(5/2).5.= 25$$

$\boxed{U=25}$ est l'indice de satisfaction correspondant à la courbe d'indifférence la plus élevée possible compte tenu du revenu et des prix.

*** Méthode de Lagrange**

La fonction de Lagrange obtenue à partir du programme :

$$£ = U(X,Y) + \lambda\,(R - Px.X - Py.Y)$$

Cette fonction admet un extremum si d£ = 0 Condition de premier ordre

L'extremum est un maximum si $d^2£ < 0$ Condition de second ordre

Condition de premier ordre :

$$\left.\begin{array}{l}\partial£/\partial X = 2\,Y - 2\,\lambda. = 0\\ \partial£/\partial Y = 2\,X - \lambda. = 0\\ \partial£/\partial\lambda = 10 - 2.X -.Y = 0\end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l}X = 5/2\\ Y = 5\\ \lambda = 5\\ U = 25\end{array}}$$

Le déterminant second est négatif

RESUME SUR LA DETERMINATION DE L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

C'est un problème de maximisation de la fonction d'utilité $U = U(X, Y)$
Sous contrainte $R = Px.X + Py.Y$

Méthode geométrique	Méthode de substitution	Méyhode du Lagangien
Pente de la Courbe D'indifference = **Pente de la** contrainte budgétaire $\frac{Um(X)}{\mathbf{Um(Y)}} = \frac{Px}{\mathbf{Py}}$ **R = Px X + Py Y**	U $U = U[X, Y(X)]$ $Y(X)$ est tiré de $R = Px\ X + Py\ Y$ $dU/dX = Um(X) + Um(Y)\ dY/dX$ $Um(X) + Um(Y)(-Px/Py)$ $R = Px\ X + Py\ Y$	$£ = U(X,Y) + \lambda (R - Px.X - Py.Y)$ $\partial £/\partial X = Um(X) - \lambda.P_x = 0$ $\partial £/\partial Y = Um\ Y) - \lambda.P_Y = 0$ $\partial £/\partial \lambda = R - Px.X - Py.Y = 0$
Systéme à 2 équations et à 2 inconnues $X = X(Px, Py, R)$ $Y = Y(Px, Py, R)$	X et Y conduisant à	Système de 3 équations à 3 inconnues X, Y, λ conduisant $X = X(Px, Py, R)$ $Y = Y(Px, Py, R)$

G. LA FONCTION DE COBB-DOUGLAS

La fonction de Cobb-Douglas a été proposée en 1928. Elle appartient à la famille des fonctions à élasticité de substitution constante, ou fonctions CES (pour Constant Elasticity 0f Substitution).

1. Définition :

Sous sa forme la plus générale, la fonction Cobb-Douglas s'écrit :

$$\boxed{Q = A.L^{\alpha} K^{\beta}. \quad \text{avec } A > 0,\ 0 < \alpha < 1,\ \text{et } 0 < \beta < 1}$$

et où A est un paramètre de dimension ou paramètre d'efficience : plus A est élevé, plus l'extrant est élevé. α et β sont des paramètres d'intensité des facteurs.

2. Propriétés :

La fonction Cobb- Douglas présente cinq propriétés fondamentales.

- La productivité marginale d'un facteur est égale au produit de la productivité moyenne de ce facteur par son paramètre d'intensité

  $PmL = \partial Q/\partial L = \alpha\, A\, L^{\alpha-1} K^{\beta} = \alpha\, Q/L = \alpha.PML$ et $PmK = \partial Q/\partial K = \beta\, Q/K = \beta.PMK$
- le TMST est une fonction croissante de l'intensité capitalistique

  $TMST = dK/dL = = - (\partial Q/\partial L) / (\partial Q/\partial K) = - (\alpha. Q/L) / (\beta.Q/K) = - (\alpha/\beta).(K/L) = -(\alpha/\beta).k$
- le paramètre d'intensité d'un facteur est égal à l'élasticité de l'extrant par rapport à ce facteur

  $e_{QL} = \partial Q/\partial L\ .\ L/Q = \alpha.(Q/L).(L/Q) = \alpha$ et $e_{QK} = \partial Q/\partial K\ .\ K/Q = \beta.(Q/K).(K/Q) = \beta$
- la fonction Cobb-Douglas est homogène de degré $\alpha + \beta$.

  $F(aL,aK) = A.(aL)^{\alpha}.(aK)^{\beta} = a^{(\alpha+\beta)}.f(L,K)$

  Donc la fonction Cobb Douglass est une fonction homogène de degrés $\alpha+\beta$

  On distingue 3 cas :

  $\alpha+\beta = 1 \Longrightarrow$ rendements d'échelle constants

  $\alpha+\beta > 1 \Longrightarrow$ rendements d'échelle croissants

  $\alpha+\beta < 1 \Longrightarrow$ rendements d'échelle décroissants
- l'élasticité de substitution de la fonction Cobb-Douglas est égale à 1

  $\sigma = \dfrac{d(K/L)\ /\ (K/L)}{d(TMST)\ /\ (TMST)} = \dfrac{dk}{d(TMST)} . \dfrac{TMST}{k}$ Or $TMST = (\alpha/\beta).(K/L)$ $\dfrac{d(TMST)}{d(K/L)} = \alpha/\beta$

  et $d(K/L) / d(TMST) = \beta/\alpha \Longrightarrow \sigma = \beta/\alpha\ \dfrac{(\alpha/\beta)\ .\ (K/L)}{K/L} \Longrightarrow \boxed{\sigma = 1}$

  Donc la fonction Cobb Douglas est une fonction CES

3. Applications sur la fonction Cobb Douglas

a. 1ère Application sur la fonction Cobb Douglas

$$\boxed{Q = \gamma\, L^{\alpha} K^{\beta}} \quad \text{avec } \alpha \text{ et } \beta > 0$$

Questions :

1)calculer les productivités marginales

1) en déduire la valeur du taux marginal de substitution technique entre le travail et le capital
2) discuter la convexité;
3) estimer l'élasticité de substitution
4) caractériser la nature des rendements

Corrigé

1) Dérivées premières partielles de la fonction de production, les productivités marginales des facteurs s'établissent comme suit:

$$\partial Q/\partial L = \gamma\, \alpha\, L^{\alpha-1}K^{\beta} = \alpha\, Q/L = \alpha\ PML \Longrightarrow PmL = \alpha\ PML$$

$$\partial Q/\partial K = \gamma\, \beta\, L^{\alpha}K^{\beta-1} = \beta\, Q/K = \beta\ PMK \Longrightarrow PmK = \beta\ PMK$$

1) Le TMST, défini comme le rapport des productivités marginales, découle immédiatement des écritures précédentes :

$$TMST = - (\partial Q/\partial L) / (\partial Q/\partial K) = - (\alpha/\beta).(K/L)$$

$TMST = - \alpha\, K / \beta\, L = (\alpha/\beta).\ Ic$ (Ic : intensité capitalistique)

La TMST en valeur absolue est une fonction croissante de l'intensité capitalistique

2) Pour que la fonction soit convexe, il faut et il suffit que le TMST - que l'on désigne par la lettre s - soit décroissant. Il vient alors $d(TMST) / dL = ds/dL < 0$

$ds = \alpha/\beta\ [(L.dK - K.dL) / L^2]$ $ds/dL = -\alpha/\beta\ [(L.dK/dL - K) / L^2] =- \alpha/\beta\ [(L.s - K) / L^2]<0$

$ds / dL < 0 \Longrightarrow$ la fonction Q est convexe

4) On rappelle que l'élasticité de substitution (σ) d'une fonction se définît comme

$$\sigma = \frac{d\,(K/L)\ /\ (K/L)}{d\,s / s}$$

$s = (\alpha/\beta)\ (K/L) \Longrightarrow K/L = (\beta/\alpha)\ s \Longrightarrow d(K/L) / ds = \beta/\alpha \Longrightarrow \sigma =[\beta.\ (\alpha K/\beta L)] / \alpha.(K/L) = 1$

La fonction de production Q admet une élasticité de substitution constante. Cela n'étonnera pas eu égard au fait qu'elle est de type Cobb-Douglas.

5) On dit qu'une fonction est homogène de degré k lorsqu'elle vérifie l'équation

$$\lambda^k\ .\ Q = f.(\ \lambda L\ ,\ \lambda K),\ \lambda \neq 0$$

et on déduit:

- une constance des rendements à l'échelle si k = 1
- une croissance des rendements à l'échelle si k > 1
- une décroissance des rendements à l'échelle si k < 1

$\lambda\ (\lambda L)^{\alpha}.(\ \lambda K)^{\beta} = \gamma\, \lambda^{\alpha}\ L^{\alpha}\, \lambda^{\beta}\, K^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}\ Q \Longrightarrow$

$\alpha+\beta = 1$	rendements constants
$\alpha+\beta > 1$	rendements croissants
$\alpha+\beta < 1$	rendements décroissants

b. Application 2 sur la fonction Cobb Douglas

Soit la fonction de production suivante : $\boxed{Q = L^{1/4}\ .\ K^{3/4}}$

C'est une fonction Cobb Douglas homogène de degrés 1 ($\alpha+\beta = 1$) ; A=1 (dimension)

Il est demandé :

1) d'en calculer les productivités marginales
2) d'en déduire la valeur du TMST entre le travail et le capital
3) d'en discuter la convexité

4) d'en estimer l'élasticité de substitution
5) d'en caractériser la nature des rendements

Corrigé :

1) les productivités marginales des facteurs sont déduites des dérivées premières partielles de la fonction de production :

$$\partial Q/\partial L = ¼\ L^{-3/4} . K^{3/4} = ¼\ Q/L$$

$$\partial Q/\partial K = 3/4\ L^{1/4} . K^{-1/4} = ¾\ Q/K$$

2) Le TMST, défini comme le rapport des productivités marginales, découle immédiatement des écritures précédentes :

$$TMST_{LK} = |\ -K/3L\ | = |-((1/4) / (3/4)) .\ (K/L) = (\alpha/\beta) / (K/L)$$

Les propriétés du TMST :
- négatif et positif en valeur absolue
- variable
- décroissant en valeur absolue

3) Pour que la fonction soit convexe, il faut et il suffit que le TMST (désigné par la lettre T) soit décroissant :

$$d(TMST)/dL < 0 \Rightarrow d(K/3L) / dL < 0 \Rightarrow d(K/3L) / dL = 1/3\ \frac{dK/ dL . L - K . dL/dL}{L^2}$$

$$1/3\ \frac{(K/3L) . L - K . (1)}{L^2} = 1/3\ .\ \frac{(K/3 - K)/3}{L^2} = \frac{(K\text{-}3K) / 3}{9\ L^2} = \frac{K - 3K}{9\ L^2} = \frac{- 2\ K}{9L^2} < 0$$

$\Rightarrow$ la fonction Q est convexe

4) l'élasticité de substitution $\sigma = [d\ (K/L) / K/L] / d\text{TMST} / \text{TMST}$

$$\sigma = (-3). (-K/3L) / (K/L) = 1$$

La fonction de production Q admet une élasticité de substitution constante et égal à 1. C'est une fonction de type Cobb-Douglas homogène de degrés 1.

5) On dit qu'une fonction est homogène de degré k lorsqu'elle vérifie l'équation : $\lambda^k . Q = f(\lambda L ; \lambda K)\ \lambda \neq 0$ Et on déduit :
   - une constance des rendements à l'échelle si k = 1
   - une croissance des rendements à l'échelle si k > 1
   - une décroissance des rendements à l'échelle si k < 0

$(\lambda L)^{1/4} . (\lambda K)^{3/4} = \lambda\ (L^{1/4} . K^{3/4}) = \lambda\ Q \Rightarrow$ les rendements sont constants (k=1)

SECTION II.

CHAPITRE III.

LA THEORIE DE LA DEMANDE

La théorie des courbes d'indifférence va nous permettre à présent de déduire les deux lois de comportement de la demande : **la demande d'un bien « normal » est une fonction décroissante de son prix ; elle est une fonction croissante du revenu**. Nous pourrons construire aussi la courbe d offre de travail. En effet, si l'individu est demandeur sur le marché des biens, il est offreur (de son temps et du ses qualifications) sur le marché du travail. Cette offre reflétant un arbitrage entre le loisir et les biens que l'individu peut se procurer grâce au travail, elle ne constitue qu'un cas particulier de la théorie de la demande.

Les « lois » évoquées ci-dessus donnent le sens de la relation établie entre la demande, d'une part, et le revenu et les prix, d'autre part, mais elles n'indiquent pas l'intensité de cette relation. Pour mesurer cette intensité, on utilise le concept d'élasticité : « élasticité-prix », « élasticité-revenu », « élasticité croisée », Les valeurs prises par ces paramètres amènent à distinguer différentes catégories de biens : normaux, inférieurs, supérieurs, substituables, complémentaires.

SECTION I.

LA FONCTION DE DEMANDE

A. LA FONCTIONS DE DEMANDE INDIVIDUELLE

1. Définition :

D'après l'analyse sur l'équilibre du consommateur, il apparaît que la quantité demandée de chaque bien dépend en général en plus des préférences des individus

- du budget de l'individu
- du prix du bien X
- du prix du bien Y

Donc $\boxed{Xd = fx (Px , Py , R)}$ et $\boxed{Yd = fy (Px , Py , R)}$

Chaque fonction est propre à chaque individu car elle dépend de ses goûts

La fonction de demande exprime la relation entre variation des prix et des revenus d'une part, et variation de la demande d'autre part, lorsque le consommateur se maintient à l'équilibre.

Sous sa forme la plus générale, la fonction de demande f s'écrit

$$\boxed{X_i = f (p_1, p_2, \ldots, p_n, R)}$$

- Xi représente la demande du bien i à l'équilibre
- les p_1 à p_n représentent les prix des n biens de l'ensemble des biens, dont p_i, le prix du bien i
- R, le budget de consommation.

Ainsi formulée, f prend le nom de fonction de demande généralisée du bien i, ou encore de fonction de demande rationnelle

2. Propriété : la fonction de demande est une fonction homogène de degré zéro :

Lorsque, à partir de la situation d'équilibre, tous les prix et le budget varient du même pourcentage. la quantité de bien i demandée par le consommateur ne varie pas et reste égale à x_i.

En effet. à l'équilibre initial. $\sum p_i x_i = R$.

À supposer une variation de pourcentage t, la nouvelle situation d'équilibre est telle que

$$\sum_{i=1}^{n} (1+t)\, p_i x'_i = (1+t)R \Longrightarrow (1+t) \sum_{i=1}^{n} p_i x'_i = (1+t)R \Longrightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i x'_i = R$$

Par conséquent. en comparant l'équilibre initial et l'équilibre final, on voit que $\boxed{:\ x_i = x'}$

On conclut que la fonction de demande d'un bien par rapport au prix et au budget est une fonction homogène de degré O. En d'autres termes, la fonction de demande est telle. que lorsque les prix et les revenus varient dans la même proportion, les quantités demandées n'en sont pas affectées.

Autrement si R, Px et Py sont multipliés par le même coefficient, la droite de budget reste inchangée et par conséquent le point d'équilibre reste le même

Rappel mathématique : définition de l'homogénéité d'une fonction
Une fonction de plusieurs variables $f(x_1, x_{2,}, x_n)$ est homogène de degré k si, pour tout a>0,
$f(ax_1, ax_2, ax_n) = a^k . f(x_1, x_{2, \ldots,} x_n)$
On note que si k = O, $\Longrightarrow$ $a^k f(x_1, x_{2, \ldots,} x_n) = f(x_1, x_{2, \ldots,} x_n)$

3. Application

Soit la fonction d'utilité suivante : $X^{3/4} Y^{1/4}$

et une contrainte budgétaire : $R = Px\, X + Py\, Y$

Questions :

1) Déterminer l'expression des fonctions de demande rationnelle de X et de Y

2) Etudier la forme des fonctions de demande obtenues

Réponse :

1) Les fonctions de demande rationnelles des biens X et Y sont obtenues à partir des conditions du premier ordre. Elles donnent les quantités optimales demandées pour chaque prix et chaque valeur de revenu.

On peut écrire :

$£ = X^{3/4} Y^{1/4} + \lambda (R - Px.X - Py.Y)$

Condition de premier ordre :

$$\partial £/\partial X = 3/4\,(Y/X)^{1/4} - \lambda.\, Px = 0 \qquad (1)$$
$$\partial £/\partial Y = 1/4\,(Y/X)^{3/4} - \lambda.\, Py = 0 \qquad (2)$$
$$\partial £/\partial \lambda = R - Px\, X - Py\, Y = 0 \qquad (3)$$

En résolvant le système on aura :

$3Y/X = Px/Py \Longrightarrow X = (3\ Y\ Py\ ) / Px$

En remplaçant X par son expression dans (3) on aura :

$R = Px\ (3\ Y\ Py / Px) + Py\ Y \Longrightarrow$ $\boxed{Y^d = R / 4Py}$ C'est la fonction de demande de X

Puisque $X = (3\ Y\ Py\ ) / Px \Longrightarrow$ $\boxed{X^d = 3R / 4Px}$ C'est la fonction de demande de Y

2) Les fonctions de demande de X et de Y sont des fonctions à 2 variables R et P. La demande d'un bien dépend du revenu de l'individu et du prix du bien.

L'analyse de la forme des fonctions de demande consiste à voir l'évolution de la fonction en ne retenant qu'une seule variable (l'autre est supposé constant).

<u>* Si les prix sont constants</u>

Si $Py = \overline{Py} = Cte$ $\boxed{Y= R/4Py}$ et $dY/dR = 1 / 4\ \overline{Py} > 0$

$Px = \overline{Px} = Cte$ $\boxed{X= 3R/4Px}$ et $dX/dR = 3 / 4\ \overline{Px} > 0$

$\Longrightarrow$ Dans les deux cas, si le prix du bien ne change pas, la demande varie dans le même sens que le revenu.

Les X et Y obtenus $\boxed{Y= R/4\overline{Py} \text{ et } X= 3R/4\overline{Px} \text{ sont les courbes d'Engel}}$

<u>* Si le revenu est constant :</u>

$R = \overline{R} = Cte$

$Y= \overline{R}/4Py$ avec $dY/dPy = - \overline{R} / 4\ P^2y < 0$ et $d^2Y/dP^2y = \overline{R} / 2\ P^3y > 0$

$X= 3\overline{R}/4Px$ avec $dX/dPx = - 3\overline{R} / 4\ P^2x < 0$ et $d^2X/dP^2x = 3\overline{R} / 2\ P^3x > 0$

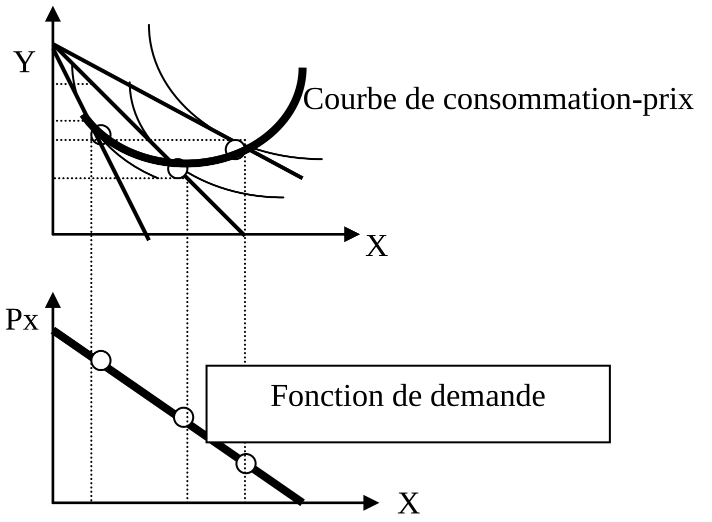
$dY/dPy <0$ et $dX/dPx < 0 \Longrightarrow$	La demande individuelle du bien en fonction de son prix est décroissante
$d^2Y/dP^2y >0$ et $d^2X/dP^2x > 0 \Longrightarrow$	La demande individuelle du bien en fonction de son prix est convexe par rapport à l'origine

B. LA COURBE DE CONSOMMATION-PRIX ET LA COURBE DE CONSOMMATION-REVENU

1. <u>La courbe de consommation prix</u> :

> La courbe de consommation-prix montre comment la consommation d'un bien varie pour un individu, lorsque le prix de ce bien varie (toutes choses égales par ailleurs).

La courbe prix-consommation est la liaison entre la variation du prix d'un bien et les quantités consommées de ce bien, le revenu et le prix des autres biens étant constants.



Cet exemple montre un cas particulier d'une fonction de demande linéaire. Ce qui explique que la fonction de demande est représentée par une droite et non par une courbe.

Sachant que l'équation d'une droite est de la forme $Y = a X + b$

- a représente la pente $\boxed{a = \Delta Y/\Delta X}$
- b est une constante, elle représente le niveau minimum de Y et est indépendante de X

Par analogie l'équation de droite du bien X s'écrit : $\boxed{X = a\,Px + b}$

La courbe de consommation-prix représente l'ensemble des points optimum de consommation lorsque seul le prix varie.

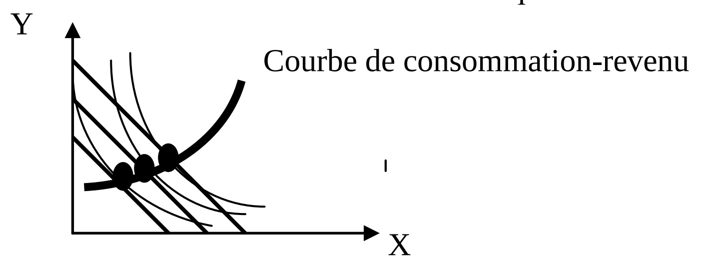
2. La courbe de consommation-revenu

La courbe revenu-consommation est la liaison entre la variation du revenu et les quantités consommées, les prix des biens étant constants.

La courbe de consommation-revenu est le lieu des combinaisons de consommation d'équilibre, lorsque le budget de consommation varie.

Elle se distingue de la courbe d'Engel en ce qu'elle identifie l'impact des variations du revenu sur l'ensemble du panier de consommation, et non sur la demande d'un bien donné.

La courbe de consommation-revenu s'établit à partir de la carte d'indifférence.



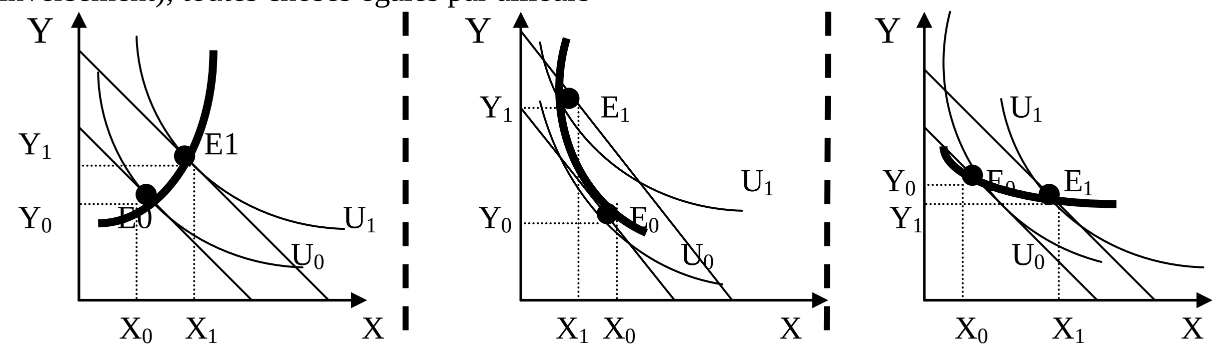
La courbe revenu-consommation est l'ensemble des points 'optimum de consommation lorsque seul le revenu varie

La courbe de consommation-revenu selon la nature du bien

La courbe consommation-revenu permet de repérer les comportements de consommation face à des modifications de revenu et de classifier les biens en deux catégories : les biens normaux et les biens inférieurs.

Un bien normal est un bien dont la consommation augmente lorsque le revenu s'accroît (et inversement), toutes choses égales par ailleurs.

Un bien inférieur est un bien dont la quantité consommée diminue lorsque le revenu croît (et inversement), toutes choses égales par ailleurs



Quant R augmente
X augmente
Y augmente

X et Y deux biens normaux

Cas 1

Quant R augmente
X diminue
Y augmente

X bien inférieur et Y bien normal

Cas 2

Quant R augmente
X augmente
Y diminue

X bien normal et Y bien inférieur

Cas 3

3.Application

Soit la fonction d'utilité $\boxed{U = (Y-1)\,X}$

Déterminer la courbe consommation-revenu et la courbe consommation-prix

<u>1) la courbe consommation-revenu</u>

La courbe consommation-revenu est le lieu des points représentatifs de combinaisons optimales de X et Y lorsque les prix sont constant mais que le budget varie

La condition d'optimalité :

$$(\partial U/\partial X) / (\partial U/\partial Y) = Px / Py \Longrightarrow (Y-1) / X = Px/Py \Longrightarrow \boxed{Y = (Px/Py)\,X + 1}$$

La courbe de consommation-revenu dans le cas présent est une droite

2) <u>La courbe consommation-prix</u>

* <u>La courbe consommation-prix de X</u> est le lieu des points représentatifs de combinaison optimales de X lorsque le revenu et le prix de Y sont constants (R et Py sont constants) mais que le prix de X varie (Px varie).

Par définition les conditions d'équilibre sont :

- $(\partial U/\partial X) / (\partial U/\partial Y) = Px / Py$
- $R = Px\,X + Py\,Y$

$$\begin{cases} (Y-1) / X = Px / Py \Longrightarrow Y = (Px/Py).X - 1 \\ R = Px\,X + Py\,[(Px/Py)\,X - 1] \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \boxed{X^d = (R - Py) / 2Px}$$

La demande de X varie en fonction de Px (Py et R sont constants)

Cette équation représente la courbe de la consommation-prix de X

* La courbe consommation-prix de Y est le lieu des points représentatifs de combinaisons optimales de Y lorsque le prix de X et le revenu sont constants (Px et R constants) mais que le prix de X varie (Px varie)

On remplace X obtenue dans Y $\Longrightarrow$ Y = (Px/Py). [(R+Py) / 2Px] - 1

$\Longrightarrow$ $\boxed{Y = (R + Py) /PY}$

Cette équation représente la courbe de la consommation-prix de Y

Les relations de X et Y ainsi obtenus ne sont en fait que la fonction de demande de X et celle de Y.

On définit la demande comme étant une relation fonctionnelle entre des prix et des quantités toutes choses étant égales par ailleurs.

Cet exemple est un cas particulier puisque les courbes sont représentées par une droite.

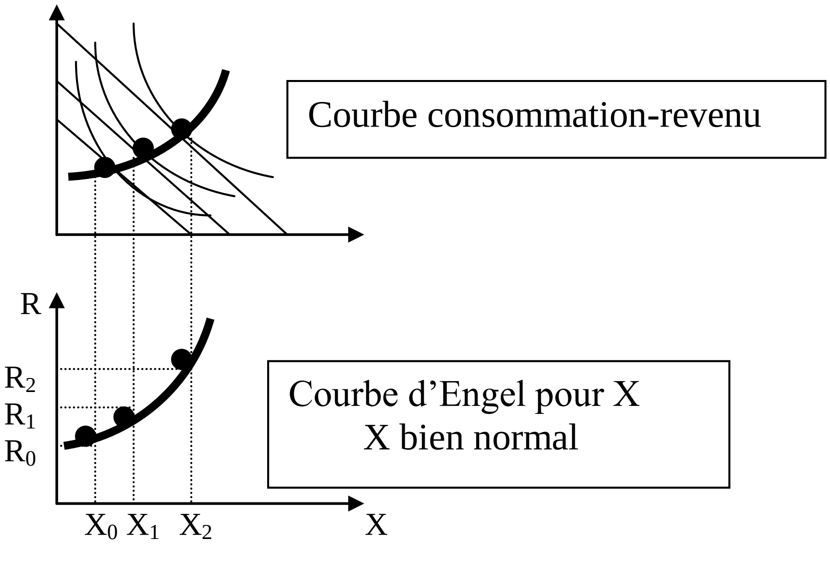
C. LA COURBE D'ENGEL

1. Définition

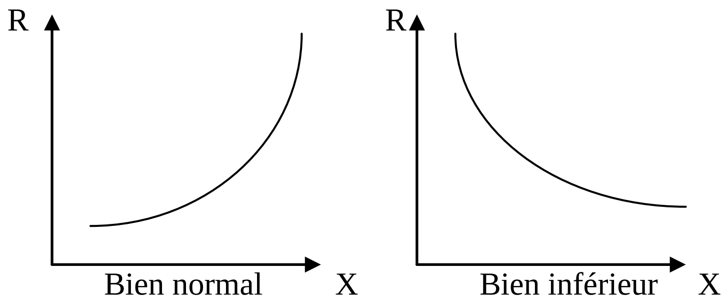
Une courbe d'Engle pour un bien est une relation entre le revenu du consommateur et les quantités consommées de ce bien, toutes choses égales par ailleurs.

La courbe d'Engel, issue des travaux du statisticien allemand Ernst Engel (1821-1896), peut être tracée à partir de la courbe revenu-consommation.

La courbe d'Engel d'un bien i représente la variation de demande du bien qui résulte d'une variation du budget du consommateur, à partir d'une situation d'équilibre.



En fait, la courbe d'Engel est croissante lorsque le bien est normal, et décroissante lorsque le bien est inférieur.



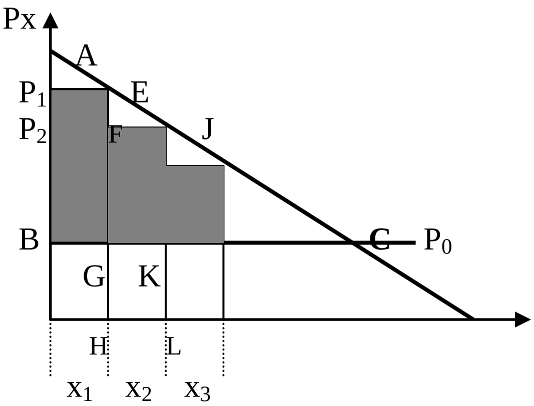
C'est en utilisant des données en valeur qu'Engel, à la suite de ses études sur les budgets de famille, énonça quelques grands principes connus aujourd'hui sous le nom de lois d'Engel. Les trois principales d'entre elles sont

- ♦ la part des dépenses d'alimentation diminue avec l'accroissement du revenu
- ♦ la part des dépenses d'habillement et de logement est constante
- ♦ la part des dépenses sur les autres biens augmente avec l'accroissement du revenu.

D. LE SURPLUS DU CONSOMMATEUR

Le surplus du consommateur est une extension de la théorie de la demande, car il montre que les consommateurs peuvent bénéficier d'un gain d'utilité s'ils sont disposés à payer plus cher que le prix du marché.

On suppose que la droite D est la demande du marché d'un bien X et que le prix de ce bien effectivement payé sur le marché est P_0 . pour une quantité x_1, les consommateurs auraient été prêts à payer un prix P_1 et leur dépense se serait élevée à OP_1EH. Cependant le prix réellement payé n'est que P0, si bien que la dépense effective pour x1 est OBGH. La différence entre les aires OP_1EH et OBGH, câd le rectangle pointillé BP_1EG est appelé surplus du consommateur.



Définition : Le surplus du consommateur est la différence entre ce qu'on est disposé à payer et ce qu'on paie effectivement pour une quantité donnée d'un bien.

Pour la quantité x2, le surplus est GFJK etc. Si les quantités présentent des variations infinitésimales, le surplus total maximum est le triangle ABC. Il indique que si le prix du bien X est P0, les consommateurs ont un gain d'utilité égal à ABC car ils étaient prêts à payer plus cher. Le surplus du consommateur est un concept micro-économique très important.

SECTION II.

EFFET DE SUBSTITUTION ET EFFET DE REVENU

A. ANALYSE DE L'EFFET DE SUBSTITUTION ET DE L'EFFET DE REVENU

1. Présentation du mécanisme

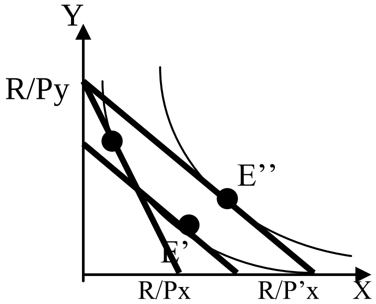
On décompose en deux mécanismes distincts le processus au terme duquel la validation du prix d'un bien entraîne une variation de la demande de ce bien. Ces mécanismes sont désignés sous les noms d'effet de substitution et effet de revenu

La baisse de Px incite le consommateur à substituer du bien X au bien Y. C'est l'effet de substitution. Mais pour un revenu nominal inchangé, la baisse du prix augmente le pouvoir d'achat. Le pouvoir d'achat change entraîne un changement de la contrainte budgétaire. Cela constitue une raison supplémentaire d'acheter non seulement plus de X mais aussi plus de Y. C'est l'effet de revenu.

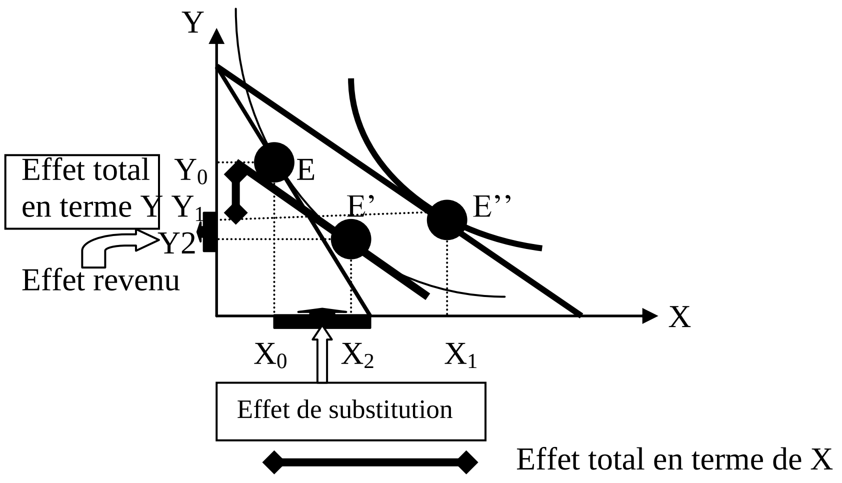
La question consiste donc à décomposer l'effet total (ET) en effet de substitution (ES) et effet de revenu (ER)

La démarche consiste à raisonner d'abord comme si la variation de prix n'affectait pas la satisfaction du consommateur. La modification de consommation alors observable est considérée comme imputable à la substitution, par le consommateur, de bien relativement moins cher à du bien relativement plus cher, On peut alors identifier l'impact de l'augmentation de satisfaction, par différence entre impact total de la variation du prix et impact de la substitution.

Soit une baisse de Px en P'x avec (P'x < Px) pour analyser les deux mécanismes, on considère d'abord que le revenu réel, « le pouvoir d'achat » reste inchangé câd le niveau de satisfaction reste inchangé. Le point d'équilibre du consommateur reste sur la même courbe d'indifférence et on passe de E à E'



En passant du point E à E', le revenu réel est constant
Puisque l'on reste sur la même courbe d'indifférence,
Seule le prix relatif des deux biens a changé,
On mesure l'effet substitution qui est égal
à la variation de l'équilibre entre E et E'.
En passant de E à E'', on mesure l'impact
de l'augmentation du pouvoir d'achat consécutive à la baisse de Px et seulement cet effet. En effet seul le niveau de revenu réel change mais le rapport des prix est maintenu constant puisque la pente est la même en E' et E''.
Il apparaît que l'effet total d'une baisse de P_x sur X résulte bien d'un double mécanisme.



L'effet total de la variation de prix est donné par le passage de la combinaison d'équilibre initiale E à la nouvelle combinaison d'équilibre E''

- en termes de bien X, l'effet total est donc égal à l'augmentation (X_1-X_0)
- en termes de bien Y, l'effet total est égal à la diminution (Y_o-Y_1)

S'il n'y avait strictement eu que l'effet de la substitution à utilité constante, la nouvelle combinaison d'équilibre aurait été E, correspondant à une demande X_1 de bien X, et Y_1 de bien Y:

Il apparaît donc que l'effet total résulte bien d'un double mécanisme :

- l'effet de substitution, mesuré par l'écart (X_2-X_0)
- et l'effet de revenu, mesuré par l'écart (Y_1-Y_2)

2. Application

Soit la fonction d'utilité suivante : $\boxed{U = X (Y-1) \text{ avec } Px=Py=1 \text{ et } R=3}$

- Calculer l'équilibre du consommateur?
- Calculer la nouvelle équilibre si Py=2 ?
- Décomposer le passage de la situation initiale à la situation finale en distinguant l'effet de substitution et l'effet de revenu.

1) situation initiale

Système : $\begin{cases} U = X (Y-1) \\ 3 = X + Y \end{cases}$

Les conditions d'équilibre par définition

$$\begin{cases} TMS = (\partial U/\partial X) / (\partial U/\partial Y) = Px/Py \\ R=Px\ X + Py.\ Y \end{cases} \qquad \begin{cases} (Y-1) / X = 1 \\ 3 = X + Y \end{cases}$$

L'équilibre initial du consommateur se situe en $\boxed{Eo(Xo=1, Y=2) \text{ et } Uo=1}$

2) <u>situation finale</u>

le nouveau système : $\begin{cases} (Y-1) / X = 1/2 \\ 3 = X + 2 Y \end{cases} \longrightarrow \boxed{E2 = (X2=1/2 , Y2=5/4) \text{ et } U2}$

3) situation intermédiaire

On considère une situation intermédiaire qui correspond aux choix qui auraient été faits par le consommateur avec le nouveau système de prix (Px=1 et Py=2) si celui-ci avait perçu une « variation compensatrice de revenu » permettant de se maintenir au même niveau de satisfaction initial.

Les 2 conditions de la situation intermédiaire sont :

$$\begin{cases} TMS = 1/2 \\ U=Uo \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} (Y-1)/X = 1/2 \\ X(Y-1)=1 \end{cases}$$

L'équilibre intermédiaire se situe à $\boxed{E1\ (X1=2^{1/2},\ Y1=1+2^{-1/2})}$

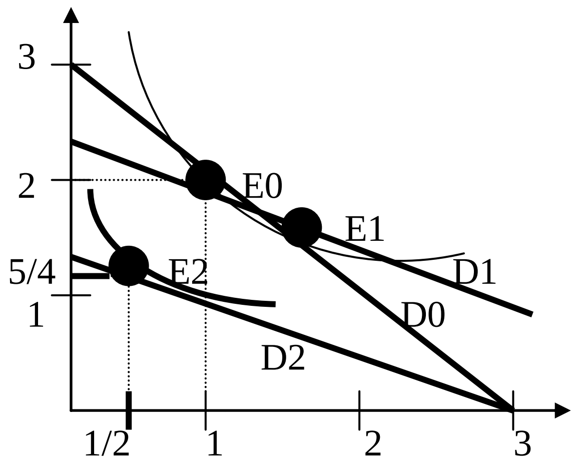
L'effet de substitution correspond au passage de la situation initiale à la situation intermédiaire et l'effet revenu au passage de la situation intermédiaire à la situation finale.

- ES : en terme de X : $\Delta X = X_1 - X_0 = 2^{1/2} - 1 > 0$
  en terme de Y : $\Delta Y = Y_1 - Yo = 2^{-1/2} - 1 < 0$
- ER en terme de X : $\Delta X = X_2 - X_1 = ½ - 2^{1/2} < 0$
  en terme de Y : $\Delta Y = Y_2 - Y_1 = ¼ - 2^{-1/2} < 0$

L'effet de substitution réduit la consommation de Y dont le prix a augmenté et augmente la consommation de X qui est devenu relativement plus avantageux. Comme les biens X et Y sont normaux, la hausse de Py réduit la consommation de ces biens par l'effet de revenu.

Pour le bien Y les effets de substitution et de revenu se cumulent et la consommation diminue. Pour le bien X, l'effet de revenu l'emporte sur l'effet de substitution et la consommation diminue : il n'y pas de substituabilité brute de X à Y.

Analyse graphique :



Les droites D0 et D2 correspondent à la contrainte budgétaire du consommateur respectivement dans la situation initiale et dans la situation finale

Les points E0 et E2 correspondent aux choix optimaux dans ces deux situations. Le point E1correspond à la situation intermédiaire : il est situé sur la courbe d'indifférence initiale (celle qui passe par E0), en un point où la pente est égale au nouveau rapport des prix Px/Py = ½ câd à la pente de la droite D1.

Pour garder le même niveau de satisfaction, le consommateur devrait bénéficier d'une variation compensatrice du revenu.

On reste sur la courbe d'indifférence initiale et en même temps on tient compte de la variation des rapport des prix :

$Px .X1 + P'_y Y1 = (1).2^{1/2} + 2 (1+2^{-1/2}) = 2 (1+2^{-1/2})$

La variation compensatrice du revenu est : $\Delta R = 2 (1+2^{-1/2}) - 3 \approx 1{,}83$

B. LE PARADOXE DE GIFFEN

Le plus souvent, l'effet revenu et l'effet de substitution se renforcent l'un et l'autre Ainsi, la hausse du prix d'un bien incite à lui substituer d'autres biens devenus relativement moins chers; en outre, cette hausse de prix réduit le pouvoir d'achat et incite à réduire davantage encore la consommation. Si la part qui revient à chacun des deux effets peut être ambiguë, le résultat global ne l'est pas : la hausse du prix d 'un bien entraîne toujours une diminution de sa consommation et inversement.

Mais, pour certains biens, la baisse du pouvoir pourrait avoir l'effet paradoxal d'augmenter la consommation au lieu de la réduire (l 'effet revenu est négatif). Il s'agit de biens de première nécessité jugés « inférieurs » par les consommateurs ; Ils ne les utilisent que parce que leur niveau de vie leur interdit d'utiliser plus intensément des biens de meilleure qualité (exemples :la margarine comparée au beurre, le pain noir comparé au pain blanc etc.); Quand le niveau de vie s'élève, la consommation de ces biens «inférieurs» diminue au profit des biens « normaux » ; en revanche leur utilisation augmente quand le niveau de vie régresse.

Si X est un bien inférieur, que se passe-t-il quand P_x augmente ? L'effet de substitution incite à réduire la consommation de X. Mais le recul du pouvoir d'achat provoqué par la hausse de Px incite lui à augmenter la consommation de X : l'effet de revenu joue alors en sens inverse de l'effet de substitution et peut éventuellement le dominer.

En effet si le bien X, est un bien de première nécessité occupant une part importante du budget d'une population à faible revenu, les individus peuvent se trouver tellement appauvris par l'augmentation du prix de ce bien qu'ils doivent renoncer à des biens normaux répondant à des besoins moins urgents, et reporter l'essentiel de leur budget sur X ou d'autres biens inférieurs.

Paradoxalement, on constate alors une hausse de la consommation de X quand son prix augmente. On appelle cette situation, « le paradoxe de Giffen » du nom d'un économiste anglais qui aurait constaté ce type de comportement chez les paysans irlandais, à la fin du XIXème.

Elasticité X par rapport à Px < 0 $\Longrightarrow$ X est un bien normal qui respecte la loi de la demande
Elasticité X par rapport à Px > 0 $\Longrightarrow$ X est un bien Giffen

SECTION III.

LA MESURE DE L'ELASTICITE

Il est utile de pouvoir comparer deux produits entre eux, du point de vue de la réaction de leur demande à des variations de prix ou de revenu.

L'élasticité-prix indique l'accroissement relatif de la demande rapporté à un accroissement de 1% du prix

L'élasticité-revenu indique de la demande indique l'accroissement relatif de la demande rapporté à un accroissement relatif de 1% du revenu

A. ELASTICITE-PRIX DE LA DEMANDE

Le concept « d'élasticité-prix mesure le degrés de sensibilisation de la demande aux variation du prix.

L'élasticité-prix de la demande d'un bien est égale au rapport entre le pourcentage de variation de la quantité demandée et le pourcentage de variation du prix.

Mais quel est l'intervalle de variation à retenir : doit-on mesurer ce pourcentage entre deux points : un arc ou bien en un point, càd, pour une variation infiniment petite.

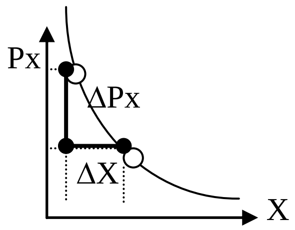
1. L'élasticité-arc

On calcule le pourcentage de variation de la quantité consommée ($\Delta X/X$. 100) et le pourcentage de variation du prix ($\Delta P_x/P_x$. 100)

$$e_{px} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P_x/P_x} = \Delta X/\Delta P_x \cdot P_x/X$$

L'effet normal du prix sur la consommation étant négatif, donc l'élasticité-prix est nécessairement négative . Cependant, par convention, on présente souvent l'élasticité-prix en valeur absolue.

Si e_{px} =-5, on retient 5 et ceci indique qu'une augmentation de 1% du prix de X entraîne une diminution de 5 unités de sa consommation.



2. L'élasticité-point

Mesurer l'élasticité en un point revient à calculer le pourcentage de variation de X pour un pourcentage de variation tellement petit du prix (une variation tendant vers 0) que l'on reste pratiquement au même point sur la courbe de demande.

On sait que la dérivée de X par rapport à P_x mesure précisément l'impact sur X d'une variation infiniment petite de P_x. Il suffit dans notre formule de remplacer $\Delta X/\Delta P_x$ par dX/dY :

$$\boxed{e_{px} = (-)\ dX/dP_x \cdot Px/X}$$

3.Une fonction de demande iso-élastique :

L'élasticité-prix de la fonction de demande peut soit varier, soit être stable, d'un point ou d'un arc de la courbe de demande à un autre.

On dit que la fonction de demande est iso-élastique**,** lorsque l'élasticité-prix est constante en tout point de la courbe de demande. Une fonction de demande iso-élastique indique que la réaction de la demande est constante et indépendante du niveau des prix. Dans tous les autres cas, l'élasticité-prix varie suivant le point de la courbe auquel on la calcule.

4. Interprétation du signe et de la valeur du coefficient d'élasticité

a. Interprétation du signe du coefficient d'élasticité-prix :

Le signe du coefficient (l'élasticité-prix permet de préciser la nature économique des biens. Dans le cas général, l'élasticité-prix de la demande d'un bien est négative : plus le prix du bien s'élève. Plus la demande du bien diminue. Pour certains biens cependant, l'élasticité-prix peut être positive C'est le cas lorsqu'il y a effet de snobisme. Dans ce cas, les consommateurs ont tendance à accroître leur demande de ce bien lorsque son prix augmente.

b. L'interprétation de la valeur du coefficient d'élasticité-prix :

Suivant l'ampleur de la réaction de la demande, on dit qu'il y a :

- **demande élastique**, lorsque la réaction de la demande est plus que proportionnelle à la variation des prix $\boxed{|e_{px}| > 1}$

- **demande inélastique**, lorsque la réaction de la demande est moins que proportionnelle à la variation des prix $\boxed{|e_{px}| < 1}$

- **élasticité unitaire**, lorsque la réaction de la demande est exactement proportionnelle à la variation des prix : $\boxed{|e_{px}| = 1}$

4. L'élasticité-prix croisée

Le coefficient d'élasticité croisée mesure la réaction de la demande d'un bien, suite à la variation du prix d'un autre bien.

$$\boxed{e_c = \frac{dX/X}{dP_y/P_y} = \frac{dX}{X} \cdot \frac{Py}{dPy}}$$

Le signe de e_{cx} permet de caractériser la nature de la relation économique entre les biens X et Y câd de savoir si ces biens sont « **indépendants** », « **substituables** », ou « **complémentaire** ».

- ♦ Si $e_c = 0$ les deux biens sont indépendants, une variation de Py n'a aucun effet sur la consommation de X.
- ♦ Si $e_c > 0$ les deux biens sont substituables, une variation de Py entraîne une variation, de même sens, de la consommation de X. Le fait que la demande du bien X s'élève en même temps que le prix du bien Y indique en effet que le bien Y, devenu trop cher, a pu être délaissé au profit du bien X,
- ♦ Si $e_c < 0$ les deux biens sont complémentaires, le renchérissement du bien Y porte atteinte à sa consommation, mais aussi à celle du bien X qui en est indissociable.

B. L'ELASTICITE-REVENU

L'indicateur qui permet d'analyser la variation de demande générée par la variation de revenu est le coefficient d'élasticité-revenu de La demande. L'élasticité-revenu mesure donc, pour un individu ou groupe d'individus, le degré de sensibilité de la demande d'un bien par rapport au revenu.

L'élasticité-revenu de la demande d'un bien est égale au rapport entre le pourcentage de variation de la quantité demandée et le pourcentage de variation du revenu.

Le coefficient d'élasticité-revenu de la demande d'un bien X, noté e_r, est le rapport entre le taux de variation de la demande de ce bien et le taux de variation du budget du consommateur:

$$\boxed{e_r = \frac{dX/X}{dR/R} = \frac{dX}{dR} \cdot \frac{R}{X}}$$

Étant donné que R et X sont positifs, l'élasticité-revenu est du même signe que la dérivée partielle de f par rapport au revenu.

Le signe du coefficient d'élasticité-revenu permet d'identifier la nature économique du bien considéré.

- Si $e_r > 0$, l'effet revenu est négatif, e_r indique un bien normal
- Si $e_r < 0$, e_r indique un bien inférieur, l'effet revenu est positif, c'est-à-dire que le consommateur se détourne dès que la progression de son budget de consommation le lui permet (on passe du pain noir au pain blanc, de la margarine au beurre…)
- Si $e_r = 0$, e_r indique un bien dont la demande est insensible au revenu.

Remarque : pour $e_r>0$, on distingue « les biens normaux » et « les biens supérieurs »

- $0 < e_r < 1$:Bien normal : lorsque la consommation augmente aussi vite ou moins vite que R
- $e_r >1$:Bien supérieur : lorsque la consommation augmente plus vite que le revenu er>1

B. APPLICATIONS

1. Application 1

Un consommateur achéte 2 biens X et Y. Son revenu disponible (Rd) varie de mois en mois. On a pu observer en 6 occasions les quantités consommées de X alors que Px, Py, Rd changeaient.

	Quantité de X	Prix de X	Prix de Y	Revenu disponible
Observation 1	20	10	15	320
Observation 2	20	11	16	320
Observation 3	20	16	16	330
Observation 4	22	10	16	320
Observation 5	16	13	17	330
Observation 6	22	16	16	340

Questions :

- Définir et calculer l'élasticité-prix et l'élasticité revenu du bien X
- Définir et donner l'élasticité-croisé de X par rapport à Y ?

Réponses :

Les élasticités sont des mesures de sensibilité.

L'élasticité-prix mesure la sensibilité des variations de quantités demandées par rapport au prix, toutes choses égales par ailleurs. L'élasticité-prix de Y mesure la sensibilité des variations de X aux variations de prix de Y.

Enfin l'élasticité revenu mesure la sensibilité des variations de X aux variations du revenu, toutes choses égales par ailleurs

Ainsi pour calculer les 3 élasticités, il faudra choisir avec soin les couples d'observations de telle façon que la variation de la quantité de X soit expliquée par la variation d'une seule des 3 variables.

Ainsi pour calculer l'élasticité-prix, on utilisera les observations 2 et 4. Pour calculer l'élasticitérevenu, on utilisera les observations 3 et 6. Enfin dans le cas de l'élasticité croisée, les observations 1 et 4 seront retenues.

Les valeurs des élasticités sont obtenues ici en utilisant la formule de l'élasticité sur un arc.

$e_p = (\Delta X/\Delta P)\ (P2+P4)/(X2+X4) = (2/-1)\ (21/42) = -1$

$e_R = (\Delta X/\Delta R)\ (R3+R6)/X3+X6 = (2/100)\ 6700/42 = 3,19$

$e_c = (\Delta X/\Delta Py)\ (P_1y+P_4y)/X1+X4 = (2/1)\ (31/42) = 1,48 > 0$

On constate que l'élasticité croisée est positive.

Quand Py augmente, La quantité de X augmente. Ceci implique que X et Y sont substituables.

2.Application 2

Soit le tableau suivant des élasticités de la consommation :

	e_R	ep
Services	0,56	-2,39
Télécommunication	1,85	-0,53

Donner la signification de ces chiffres

- ep = -2,39 ou (2,39) signifie qu'une augmentation 1% du prix des services a engendré, en moyenne, une diminution de la demande de services de 2,39
- e_R = 0,56 Signifie qu'une augmentation de revenu de 1% accrue la demande de services de 0,56
- ep = -2,39 signifie que la demande est élastique au prix ($|ep| > 1$) celle des télécommunications étant –0,53, la demande est inélastique au prix $0 < |ep| < 1$
- $e_R > 0$, l'ensemble des biens sont normaux.
- La demande la plus élastique est celle de télé-communication $e_R > 1$, celle des services est inélastique au revenu ($e_R < 1$)

3.Application 3

Soit les données suivantes :

biens	Elasticité croisé par rapport au prix de	Valeur de l' e_c
Poulet	Dinde	0,25
Agneau	Bœuf	0,12
boissons	Eau minéral	0,77
Pommes	poires	0,61

Interprétation des chiffres

e_c=0,25 signifie que quand le prix de la dinde diminue de 1% la demande de poulet diminue de 0,25. Le poulet et la dinde sont des substituts.

Tous les produits sont des substituts. Les produits les plus substituables sont les boissons et l'eau minéral. Les moins substituables sont l'agneau et le bœuf

RESUME DU PARTIE I

Le consommateur est rationnel son objectif est de maximiser son utilité, qui dépend des quantités de biens. L'utilité ordinale peut être représentée par des courbes d'indifférence, le long desquelles l'utilité totale est constante, et qui visualisent la substitution entre biens dont la mesure est faite par le TMS. Ce dernier est le rapport des utilités marginales des biens.

Le consommateur maximise son utilité sous contrainte de son budget. Son optimum est obtenu par l'égalisation du rapport des utilités marginales et du rapport du prix des biens.

De la variation du budget est déduite la courbe revenu-consommation, qui permet de classifier les biens en normaux et inférieurs, et de construire les courbes d'Engel.

Si le prix d'un bien se modifie, on déduit la courbe prix-consommation et les effets de revenu et de substitution.

L'élasticité-prix de la demande mesure le pourcentage de variation de la quantité demandée consécutif à une modification de I % du prix d'un bien. Elle permet de caractériser la demande : élastique, inélastique, à élasticité unitaire. Lorsque la variation du prix est très faible, on calcule une élasticité-point lorsqu'elle est forte, on doit utiliser l'élasticité-arc. Les principaux déterminants de l'élasticité-prix sont le poids du produit dans le budget du consommateur, la proximité des biens substituts, la cherté des biens et la longueur de la période de consommation.

L'élasticité-revenu mesure le pourcentage de variation de la quantité demandée lorsque le revenu varie de 1 %. Elle permet de repérer les biens de première nécessité et les biens de luxe. L'élasticité croisée de la demande conduit à classifier les biens en substituts et complémentaires.

La connaissance de ta valeur de l'élasticité-prix permet de prévoir Si une baisse (hausse) du prix augmente (diminue) les dépenses de consommation, c'est-à-dire aussi les recettes de la firme, selon que la demande est, ou non, élastique au prix.

Le surplus du consommateur est la différence entre ce qu'il est prêt à payer et ce qu'il paie réellement pour une quantité d'un bien. Il est une mesure du gain d'utilité.

FICHE SYNTHETIQUE N°1

L'utilité marginale et la fonction d'utilité

Objectif : Comment un consommateur rationnel décide-t-il de répartir la totalité de son budget entre les différents biens et services disponibles de manière à maximiser sa satisfaction. Quels sont ses choix entre les quantités des biens et services.

Cadre d'analyse :
- Le consommateur est rationnel dans le sens qu'il cherche à maximiser son utilité
- Le consommateur dispose d'un revenu affecté totalement à la consommation
- L'information est disponible et complète
- L'utilité est positive

L'utilité marginale

Définition : L'Um d'un bien est l'utilité retirée de la dernière unité consommée de ce bien

Caractéristiques :
- L'utilité marginale est décroissante : à chaque unité supplémentaire le désir diminue
  $Um(X1)>Um(X2)>Um(X3)\ldots>Um(Xn)$ n unités du bien X
- L'utilité marginale est positive $Um(X) > 0$ quand $X>0$
- L'utilité totale d'un bien est égale à la somme des utilités marginales :
  $UT(X)=Um(X1)+Um(X2)\ \ldots+Um(Xn)$
- L'utilité marginale de X se calcule par l'outil mathématique : la dérivée : $Um(X) = \partial U/\partial X$

La fonction d'utilité

Définition : La fonction d'utilité est une relation entre les quantités consommées des biens et la satisfaction procurée par ces biens.

$\boxed{U = U(X,Y)}$

U= niveau de satisfaction, X et Y la quantité consommée de X et Y

Hypothèses :
- Hypothèse de non-saturation : Chaque quantité consommée améliore l'utilité totale
  $\partial U/\partial X > 0$ et $\partial U/\partial Y > 0$ autrement $\boxed{\partial U/\partial Q > 0}$ dérivée par rapport à la quantité >0
- La fonction d'utilité est continue et dérivable deux fois
- La fonction d'utilité est croissante $\boxed{\partial U/\partial Q > 0}$ (hyp. de non-saturation)
- La fonction d'utilité est concave ou au moins quasi-concave $\Longrightarrow$ elle admet un maximum
  $\boxed{\partial^2 U/\partial Q^2 < 0}$

FICHE SYNTHETIQUE N°2

La courbe d'indifférence, le TMS, La contrainte budgétaire

La courbe d'indifférence

Définition : La courbe d'indifférence représente l'ensemble des combinaisons possibles de consommation de 2 biens X et Y qui procure la même satisfaction

Hypothèses :

- Le consommateur est capable de faire des choix et peut révéler et classer ses préférences :
  Il peut comparer 2 paniers A et B. Chaque panier est composé d'une certaine quantité de bien X et une certaine quantité de bien Y.
  A est préféré à B ou B est préféré à A ou A est indifférent de B.
- Les choix sont transitifs : Si A est préféré à B et B est préféré à C alors A est préféré à C
- La non-saturation
- La substituabilité des biens
- L'utilité marginale est décroissante

Propriétés :

- Toute au long d'une CI l'utilité totale ne change pas. Elle est constante
  La variation totale sur une CI est nulle ⇨ dU=0
- La courbe d'indifférence est décroissante de gauche à droite. La CI a une pente négative.
  Tout au long d'une CI quand X augmente, Y doit diminuer et inversement
  $\boxed{\partial Y/\partial X < 0 \text{ implique que la courbe d'indifférence est décroissante}}$ l'Um>0
- La courbe d'indifférence est convexe par rapport à l'origine. Plus on s'approche de l'origine plus les X et les Y sont valorisés. Plus on s'éloigne de l'origine plus les X et les Y perdent de leur valeur. L'échange entre les X et Y dépend de la position des X et Y échangés par rapport à l'origine.
  - $\boxed{\partial Y^2/\partial X^2 > 0 \text{ implique que la courbe d'indifférence est convexe}}$
- Les courbes d'indifférences ne se coupent pas
- Plus on s'éloigne de l'origine plus le niveau de satisfaction est élevé.

Application : On tire l'équation de la courbe d'indifférence à partir de la fonction d'utilité.
Soit la fonction d'utilité U= U(X,Y)
On pose $U=U_0$ une constante ⟹ On obtient Y en fonction de X pour U=U0
$Y = f(x)_{U=U0}$ ⟹ c'est l'équation de la courbe d'indifférence
DY/dX ⟹ est la pente de la courbe d'indifférence (c'est le TMS)
$\partial Y/\partial X < 0$ ⟹ la courbe d'indifférence est décroissante
$\partial Y^2/\partial X^2 > 0$ ⟹ la courbe d'indifférence est convexe

Le TMS

Définition : Le TMS mesure la quantité supplémentaire nécessaire de Y pour compenser une perte d'une unité infiniment petite de X.
Le TMS est un indicateur psychologique qui montre comment l'individu acceptera de substituer du bien X à du bien Y.

$$\boxed{TMS = (-)\ dY/dX}$$

Le signe (–) est ajouté par convention pour faciliter l'interprétation économique.

Propriétés :

- Le TMS est négatif $dY/dX < 0$
- Le TMS est décroissant :
  En valeur absolue dY/dX est de plus en plus faible de gauche à droite
- Le TMS est variable en chaque point de la courbe d'indifférence

TMS et l'Um :

Sur une CI, la variation de l'utilité est nulle $dU=0$

$dU= \partial U/\partial X .\ dX + \partial U/\partial Y .\ dY = 0$

$TMS = dY/dX = (-)\ (\partial U/\partial X) / (\partial U/\partial Y) = (-)\ Um(X) / Um(Y)$

Le TMS est égal aux rapports des utilités marginales avec signe (-)

La contrainte budgétaire

Définition : C'est l'ensemble des combinaisons de X et de Y que le consommateur peut acheter compte tenu de son revenu et du prix des deux biens.

Contrainte budgétaire s'écrit : $R = Px . X + Py . Y$ (le revenu est égale à la dépense)

Représentation graphique : On prend les 2 points limites en posant d'abord X=0 puis Y=0

Equation de la contrainte budgétaire

$Y = R/Px – Px/Py\ X$

$-Px/Py$ mesure la pente de la contrainte budgétaire,

c'est le coût d'opportunité objectif du consommateur

Les cas particuliers : les solutions au coin

Les courbes d'indifférences particulières :

- **Deux biens parfaitement substituables** sont 2 biens qui procurent exactement la même satisfaction
- **Deux biens parfaitement complémentaires** sont 2 biens qui sont toujours consommés ensemble. L'un ne peut être consommé sans l'autre.
- **Un bien indésirable** moins il est consommé, plus la satisfaction augmente
- **Un bien neutre** c'est bien vis-à-vis duquel le consommateur est indifférent
- **Les courbes d'indifférences peuvent être concaves** : la solution est une solution au coin.

Les contraintes budgétaires particulières :

Cas d'impôt :

- **Les impôts directs** frappent le revenu, donc l'impact est similaire à une baisse du revenu
- **Les impôts indirects** frappent les dépenses, l'impact est similaire à un hausse des prix

Cas de rationnement :

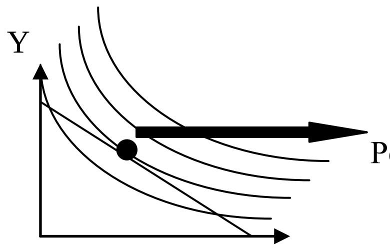
- **Le rationnement par les quantités** : consiste à fixer une quantité maximale de consommation d'un bien.
- **Le rationnement par le revenu** : consiste à distribuer des revenus fictifs (des coupons) permettant d'acheter les biens rationnés

FICHE SYNTHETIQUE N°3

L'équilibre du consommateur

Système : $\begin{cases} \text{maximiser } U = U(X,Y) \\ \text{Sous contrainte } R = Px.X + Py.Y \end{cases}$

1) La méthode géométrique



Sur ce point

Pente de la droite du budget = Pente de la courbe d'indifférence

$- Px / Py = \partial U/\partial X / \partial U/\partial Y$

La loi d'égalisation des utilités marginales par les prix

Cette relation correspond à l'idée que la satisfaction du consommateur est maximale lorsque la dernière unité monétaire consacrée à l'achat de chacun des biens lui procure le même supplément d'utilité.

2) Méthode de Lagrange

Maximiser U revient à maximiser la fonction de Lagrange

$$£ = U(X,Y) + \lambda\,(Px.X+Py.Y) – R)$$

Les conditions de 1ère ordre :

$$\left.\begin{array}{l} \partial £/\partial X = \partial U/\partial X + \lambda.P_x = \\ \partial £/\partial Y = \partial U/\partial Y + \lambda.P_Y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Les conditions d'optimalité} \Rightarrow \begin{cases} (1)\ \ TMS = \dfrac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \dfrac{Px}{Py} \\ (2)\ \ R - Px.X – Py.Y = 0 \end{cases}$$

$$\partial £/\partial \lambda = Px.X+Py.Y – R = 0$$

de (1) on obtient Y en fonction de X.

Puis on remplace ce Y dans (2), on obtient de la valeur de X ensuite celle de Y.

Remarque : $dU/dR = \lambda$ est égal à l'utilité marginale du revenu

FICHE SYNTHETIQUE N°4

La fonction de demande

Définition : La fonction de demande exprime la relation entre une variation des prix et des revenus d'une part, et la variation de la demande d'autre part, lorsque le consommateur se maintient à l'équilibre.

La fonction de demande du bien X : $X^d = f(Px, Py, R)$

Propriété : la fonction de demande est homogène de degrés zéro.

Autrement si R, Px, et Py sont multipliés par le même coefficient, la droite de budget reste inchangé et par conséquent le point d'équilibre reste le même.

Application : A partir des conditions d'optimalité, on peut connaître la fonction de demande du consommateur pour un bien.

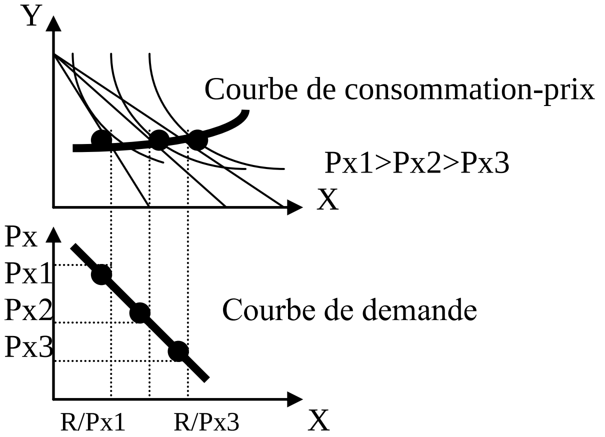
Les conditions d'optimalité $\begin{cases} (1)\ \ TMS = \dfrac{\partial U/\partial X}{\partial U/\partial Y} = \dfrac{Px}{Py} \\ (2)\ \ R - Px.\,X - Py\,.\,Y = 0 \end{cases}$

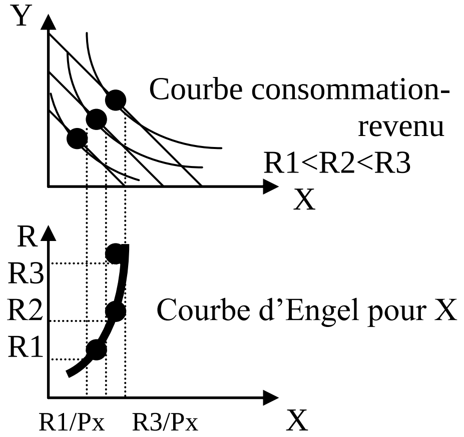
A partir de (1) et de (2) on obtient : $X^d = f(Px, Py, R)$ et $Y^d = f(Px, Py, R)$

La courbe de consommation-prix : Cette courbe représente l'ensemble des points optimum de consommation, lorsque seul le prix de ce bien varie

La courbe de consommation-revenu : Cette courbe représente l'ensemble des points optimum de consommation, lorsque seul le prix de ce bien varie

La courbe d'Engel pour un bien : C'est une relation entre le revenu du consommateur et les quantités consommées de ce bien, à partir d'une situation d'équilibre, toutes choses égales par ailleurs.





Le surplus du consommateur : C'est la différence entre ce qu'on est disposé à payer et ce qu'on paie effectivement pour une quantité donnée d'un bien.

Le paradoxe de Giffen : Pour les biens inférieurs, on constate que lorsque le prix augmente paradoxalement la consommation augmente. C'est les produits de première nécessité.

FICHE SYNTHETIQUE N°5

L'élasticité

L'élasticité exprime le degrés de sensibilité de la consommation par rapport aux prix ou par rapport au revenu.

L'élasticité-prix : indique l'accroissement relatif de la demande rapporté à un accroissement de 1% du prix.

$$\boxed{e_{px} = (-)\ dX/dP_x\ .\ Px/X}$$

- $|e_{px}| > 1$: demande élastique — variation de la demande plus que proportionnelle à la variation des prix
- $|e_{px}| < 1$: demande inélastique — variation de la demande moins que proportionnelle à la variation des prix
- $|e_{px}| = 1$: élasticité unitaire — lorsque la réaction de la demande est exactement proportionnelle à la variation des prix

L'élasticité-prix croisée : ce coefficient mesure la réaction de la demande d'un bien, suite à la variation du prix d'un autre bien.

$$e_c = \frac{dX/X}{dP_y/P_y} = \frac{dX}{X} \cdot \frac{Py}{dPy}$$

- ♦ Si $e_c = 0$ les deux biens sont indépendant, une variation de Py n'a aucun effet sur la consommation de X.
- ♦ Si $e_c > 0$ les deux biens sont substituables, une variation de Py entraîne une variation, de même sens, de la consommation de X.
- ♦ Si $e_c < 0$ les deux biens sont complémentaire, le renchérissement du bien Y porte atteinte à sa consommation, mais aussi à celle du bien X qui en est indissociable.

L'élasticité-revenu : mesure le degrés de sensibilité de la demande d'un bien par rapport au revenu

$$e_r = \frac{dX/X}{dR/R} = \frac{dX}{dR} \cdot \frac{R}{X}$$

- ♦ $0<e_r<1$: Bien normal : lorsque la Cion augmente aussi vite ou moins vite que le revenu
- ♦ $e_r>1$: Bien supérieur : lorsque la consommation augmente plus vite que le revenu er>1
- ♦ $e_r<0$: Bien inférieur,
- ♦ $e_r = 0$, e_r indique un bien dont la demande est insensible au revenu.

SUJETS D'EXAMEN AVEC DES ELEMENTS DE CORRIGE

SESSION PRINCIPALE 1999-2000

Exercices sur la théorie du consommateur (14 points)

Problème (6 points)

Les économètres et les statisticiens de l'ISG de Sousse ont établi que le taux de réussite des étudiants en 1ère année sciences économiques et de gestion dépend du nombre d'heures de cours (C) et d'heures de TD (D). Le taux de réussite noté T obéit à la fonction suivante :

$$\boxed{T = C^{1/3}.D^{1/4}}$$

T : représente la proportion d'étudiants admis en nombre de points de pourcentage (ex. : T=20 signifie 20% d'admis)

C : le nombre d'heures de cours

D : le nombre d'heures d'enseignement dirigé (TD)

Le nombre des inscrits aux examens de passage en 2ème année est de 500 étudiants

1) Quelles conclusions tirez-vous du degré d'homogénéité de cette fonction (1point)
2) Interprétez les exposants en terme de réussite à l'examen (1point)
3) Le prix d'une heure de cours Pc = 3.350 Millimes, celui de l'heure de TD P_D = 2.000 M. Sachant que le budget annuel d'enseignement de l'Institut est de 4.280.000M, déterminer le taux maximum de réussite que l'on peut espérer atteindre(1point)
4) Si l'examen était un concours avec 150 places seulement en 2ème année, de quel budget minimal d'enseignement l'Institut pourrait-il se satisfaire ? (1point)
5) Si l'enseignement était payant, intégralement à la charge des étudiants, combien chacun d'eux devrait-il accepter de payer pour être assuré d'être admis? (1point)
6) Sachant qu'indépendamment des heures d'enseignement, les coûts fixes sont de 2.500.000M, démontrer que l'équation du coût total supporté par l'Institut en fonction du taux de réussite à l'examen est de : $CT(T) = 532.T^{12/7} + 2.500.000$ (1point)

Remarques : arrondir les résultats par défaut, par exemple D = 917,1428571 heures de TD, retenir D = 917 h

Exercice n° 1 (2 points)

Soit la fonction d'utilité: $\boxed{U = (XY) / (X+2Y)}$ où X et Y désignent les quantités consommées de X et Y

Etudier les propriétés de la courbe d'indifférence correspondant à un niveau d'utilité C > 0 (C est une constante) puis faite la représentation graphique.

Exercice n°4 (2 points)

Tracer la carte de préférence d'un consommateur (composé de 3 courbes d'indifférence avec ($I_0 < I_1 < I_2$) et désigner le point d'équilibre, lorsqu'il consomme les couples suivants de biens dans les conditions suivantes :

a) Il aime le café (en abscisse) mais n'aime ni déteste le thé
b) Il a toujours besoin à la fois d'une chaussure gauche et d'une droite
c) Le chocolat et la confiture sont de parfait substituts et lui procurent une égale satisfaction
d) L'eau (en ordonné) a bon goût et le vin le rend malade.

Exercice n°5 **(4 points)**

Un consommateur a pour fonction d'utilité : $\boxed{U = 2\,X^2\,Y}$

où X et Y représentent les quantités de biens X et Y consommées.

1) Supposons que R=150, Px=10 et Py= 20

a) Déterminez les expressions de la Courbe consommation-revenu. Interpréter
b) Déterminez l'expression de la courbe d'Engel pour X et pour Y
c) Calculez l'élasticité revenu de la demande du bien X. Interpréter

2) On suppose que Px varie, P'x = 5, Py et R restant constants

a) Suite à ce changement, mettez en évidence l'effet de substitution et l'effet de revenu pour les biens X et Y, en utilisant la méthode de Hicks
b) Déterminez l'expression de la courbe Consommation-prix, puis exprimer l'équation de la fonction de demande du bien X en fonction du prix ;
c) Donnez l'élasticité–prix et l'élasticité-prix croisée de la demande du bien X. Interprétez.

Eléments de corrigé

PROBLEME

Le produit Y = taux de reussite

Les facteurs de production K et L = les volumes horaires de cours et TD

1°/ La fonction T = f(C,D) étant de type Cobb Douglas, elle est homogéne de degré 7/12 (1/3+1/4) < 1. Ce qui implique que les rendements sont décroissants.

Cela signifie, si l'on doublait les horaires d'enseignements dispensés aux étuduiants, on ne doublerait pas pour autant le taux de reussite à l'examen.

2°/La fonction est de la forme Cobb-Dougass, 1/3 et 1/4 sont les élasticités du taux de reussite, respectivement par rapport aux heures de cours et aux heures de TD. Ainsi :

- si on augmente les heures de cours de 1%, le taux de reussite augmente de 0,333%
- si on augmente les heures de TD de 1% le taux d e reussite augmente de 0,25%

<u>Donc une augmentation en pourcentage des heures de cours a plus d'impact sur le taux de reussite qu'une même augmentation des heures de TD</u>

3°/ Programme : $\begin{cases} \max \quad T = C^{1/3}.D^{1/4} \\ SC \quad 4\,280\,000 = 3\,350\,C + 2\,000\,D \end{cases}$

A l'équilibre on a :

$$\begin{cases} \bullet \; TMS = (\partial T/\partial D) / \partial T/\partial C = P_D / P_C \Longrightarrow \boxed{C = 4/3 \,.\, 200/335\,D} \\ \bullet \; B = P_c.C + P_D.D \Longrightarrow 4\,280\,000 = 3\,350\,(4/3.200/335\,D) + 2\,000\,D \end{cases}$$

On obtient : D ≅ 971 heures C ≅ 730 heures T ≅ 49,5 % Le taux de reussite maximum qu'on peut atteindre est de 49,5%

4°/ 150 étudiats sur 500 vont reussir en $1^{ère}$ année. Cela revient à imposer un taux de reussite T = 30% (150/500 = 30%)

<u>le minimum de budget</u> Programme : $\begin{cases} \text{Min } B = 3\,350.C + 2\,000.D \\ SC \quad 30 = C^{1/3}.D^{1/4} \end{cases}$

A l'équilibre on a :

$$\begin{cases} \bullet \; ¾\ C/D = 2000 / 3350 \qquad C = 8000/10050\ D \\ \bullet \; 30 = C^{1/3}.D^{1/4} = (8000/10050\,D)^{1/3}\,.\,D^{1/4} \end{cases}$$

On obtient : $D \cong 388$ heures
$C \cong 309$ heures
$B \cong 1\,811\,150$ Millimes
Le budget nécessaire pour obtenir un taux de reussite de 30% est de 1 811 150 M. Ce budget est nettement inferieur par rapport au cas ou le taux de reussite est de T=49,5%.

5°/ Budget nécessire pour être sure de reussir câd pour avoir un taux de reussite de T=100%

Budget d'un T=100% Programme : $\begin{cases} \text{Min } B = 3\,350.C + 2\,000.D \\ \text{SC } 100 = C^{1/3}.D^{1/4} \end{cases}$

A l'équilibre on a :

$$\begin{cases} \bullet\ \frac{3}{4}\, C/D = 2000 / 3350 \qquad C = 8000/10050\ D \\ \bullet\ 100 = C^{1/3}.D^{1/4} = (8000/10050\ D)^{1/3} . D^{1/4} \end{cases}$$

On obtient : $D \cong 3\,056$ heures
$C \cong 2\,433$ heures
$B \cong 14\,260\,000$ Millimes
Le budget nécessaire pour obtenir un taux de reussite de 100% est de 14 260 000 M environ. Le coût par étudiant serait (14 260 000 / 500) de $\boxed{28\,500 \text{ M}}$ environ

6°/ Le probléme consiste à déduire la fonction de coût de la fonction de production :

Systéme :

$$\begin{cases} (1) \quad T = C^{1/3}.D^{1/4} \\ (2) \quad \frac{3}{4}\, C/D = 2000 / 3350 \\ (3) \quad CT = 3\,350.C + 2\,000.D + 2\,500\,000 \end{cases}$$

Les inconnues sont C, D, T $\Longrightarrow$ on déduit une relation entre CT et T qui est la fonction de coût cherchée.
L'équation (2) permet d'éliminer C. De (1) et (2) il résulte :

$$\begin{cases} (4) \quad T = (160/201)^{1/3}.D^{7/12} \\ (5) \quad CT = 1400/3.D + 2\,500\,000 \end{cases}$$

De (4) on déduit D en fonction de T $\Longrightarrow D = (10050/8000)^{4/7}.T^{12/7}$
En reportant cette expression dans (5) on obtient la fonction de coût recherchée : $CT(T) = 532.T^{12/7} + 2.500.000$

Exercice n°1

1°/ La courbe d'indifférence de cette fonction a pour équation $\boxed{Y = CX / X\text{-}2C}$

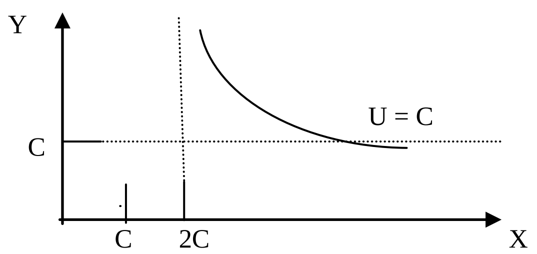
Etude de la forme de la CI :

$dY/dX = -2\,C^2 / (X - 2\,C)^2 < 0 \Longrightarrow$ la CI est décroissante

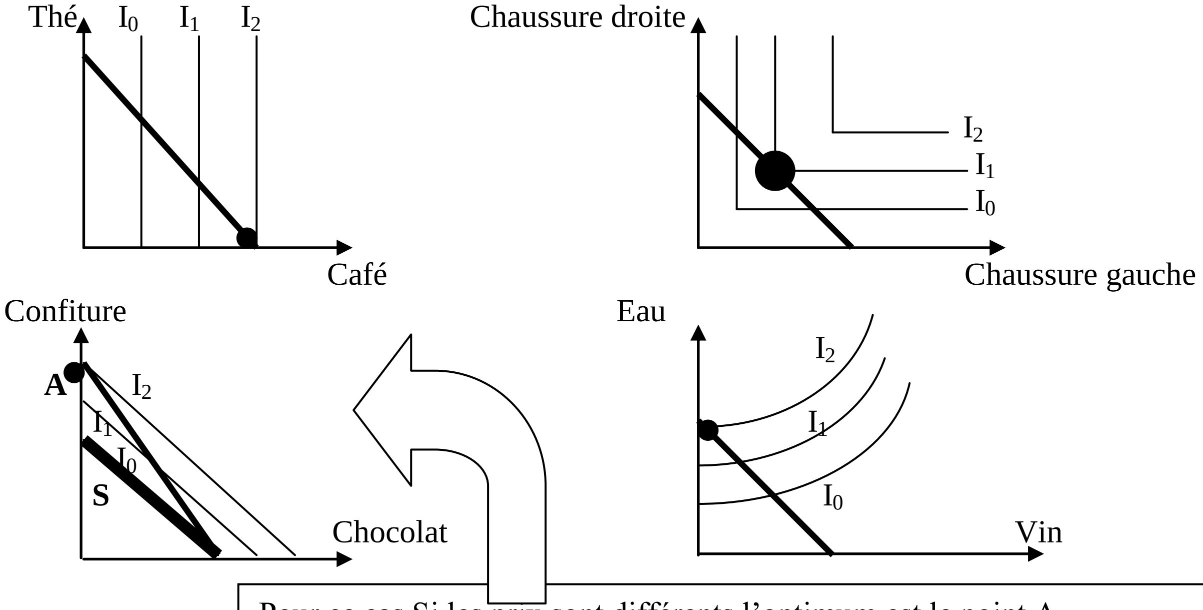
$d2Y/dX2 = 4\,C^2 / (X\text{-}2C)^3 > 0 \Longrightarrow$ la CI est convexe

2°/ La CI est décroissante et convexe. Elle admet une asymptote verticale X = 2C et une asymptote horizontale Y = C

X > 0 et Y > 0 $\Longrightarrow$ X > 2c et Y > C



Exercice n°4



Pour ce cas Si les prix sont différents l'optimum est le point A
Si les prix sont identiques, la solution est l'ensemble des points de la droite S

Exercice n°5

a) R = 150, Px=10, Py=20

❖ à l'équilibre on a :

TMS = ($\partial U/\partial X$) / ($\partial U/\partial Y$) = Px / Py $\Longrightarrow$ $4XY / 2X^2 = 2Y/X = =1/2$ $\Longrightarrow$ CCR : $\boxed{Y=X/4}$

CCR = c'est l'ensemble des points représentatifs des combinaisons optimales de X et Y lorsque, les prix des biens restent constants, le budget du consommateur varie.

La particularité de cette CCR : c'est une droite passant par l'origine et de pente ¼

❖ Courbe d'Engel : C'est la courbe de demande individuelle d'un bien en fonction du revenu

Les conditions d'équilibre :

- TMS = ($\partial U/\partial X$) / ($\partial U/\partial Y$) = Px / Py $\Longrightarrow$ 2Y/X = =Px /Py $\Longrightarrow$ $\boxed{Y= (Px/2Py)\ X}$
- R = Px.X + Py.Y 2R = 3Px.X $\Longrightarrow$ $\boxed{X^d = 2R / 3Px}$ c'est la fonction de demande de X

La courbe d'Engel est la fonction de demande du bien X en fonction du revenu (les prix sont constants), Px = 10 $\boxed{X^d = 1/15 . R}$

Equation de la demande du bien Y en fonction de R (courbe d'Engel)

Y = (Px/2Py).X $\Longrightarrow$ $\boxed{Y^d = R/3Py}$ c'est la fonction de demande de Y

Courbe d'Engel : est la fonction de demande quand les prix sont constants Yd=R/3$\overline{\text{Py}}$

Si Py = 20 $\boxed{Y^d = 1/60. R}$

<u>Particularité</u> : les fonctions de demande individuelles ne dépendent que du revenu et du prix du bien considéré et sont fonctions décroissantes du prix du bien considéré.

❖ $e_{X/R}$ = dX/dR . R/X = 2/3Px . R/(2R/3Px) = 1

Si le revenu augmente de 1% la quantité consommée du bien X augmente de 1%

$e_{X/R} > 0$ $\Longrightarrow$ le bien X est un bien normal

b) * ES et ER pour U = 2 X^2 Y quand P'x=5

Situation initiale :

A l'équilibre : $\begin{cases} * \quad TMS = \partial U/\partial Y = Px/Py \Longrightarrow \boxed{Y = X/4} \\ * \quad R = Px.X + Py.Y \Longrightarrow 150 = 10X+20\ (X/4) \quad \boxed{X_0=10\ ;\ Y_0=2{,}5\ ;\ U_0=500} \end{cases}$

Situation finale P'x = 5:

A l'équilibre : $\begin{cases} * \quad TMS = \partial U/\partial Y = P'x/Py \Longrightarrow \boxed{Y = X/8} \\ * \quad R = P'x.X + Py.Y \Longrightarrow 150 = 5X+20\ (X/8) \quad \boxed{X_2=20\ ;\ Y_2=2{,}5\ ;\ U_2=2000} \end{cases}$

Situation intermédiaire :

A l'équilibre : $\begin{cases} * \quad TMS = \partial U/\partial Y = P'x/Py \Longrightarrow \boxed{Y = X/8} \\ * \quad 2\ X^2\ Y = U_0 \Longrightarrow 500 = U = 2\ X^2\ (X/8) \quad \boxed{X_1=12{,}6\ ;\ Y_1=1{,}57\ ;\ U_0=500} \end{cases}$

ES : En terme de X : $\Delta X = X_1\text{-}X_0 = 12{,}6 - 10 = +\ 2{,}6$
En terme de Y : $\Delta Y = Y_1 - Y_0 = 1{,}57 - 2{,}5 = -\ 0{,}93$

ER : En terme de X : $\Delta X = X_2\text{-}X_1 = 20 - 12{,}6 = +\ 7{,}4$
En terme de Y : $\Delta Y = Y_2 - Y_1 = 2{,}5 - 1{,}57 = +\ 0{,}93$

ET : En terme de X : $\Delta X = X_2\text{-}X_0 = 20 - 10 = +\ 10$ ou ES + ER = +2,6 +7,4 = 10
En terme de Y : $\Delta Y = Y_2 - Y_0 = 2{,}5 - 2{,}5 = 0$ ou ES + ER = -0,93 +0,93 = 0

❖ La courbe consommation-prix (CCP) est le lieu géométrique des points lorsque le prix d'un bien varie, le prix de l'autre bien ainsi que le revenu restent constants.

A l'équilibre :

$\begin{cases} * \ TMS = Px/Py \Longrightarrow Y = Px/2Py.X\ ;\ Py \text{ une constante } =20\ ;\ Px \text{ varie} \Longrightarrow \boxed{Y = (Px/40).X} \\ * \ R = Px.X + Py.Y \Longrightarrow 150 = Px.X + 20\ Y = Px.X + 20\ ((Px/40).X) \Longrightarrow \boxed{Y = 5/2} \end{cases}$

La CCP est une droite horizontale (la quantité optimale de Y ne dépend pas de PX)

Equation de la demande du bien X $\Longrightarrow$ $\boxed{X^d = 2R/3Px}$

Courbe de demande du bien X en fonction de son prix est une fonction décroissante.

❖ $e_{X/Px} = dX/dP_x\ .\ P_x/X = -\ 100/P^2x\ .\ Px/(100/Px) = -\ 1$

La quantité demandée en bien X varie proportionnellement à celle du prix de ce bien

$e_{X/Py} = dX/dP_y\ .\ P_y/X = 0$;La quantité demandée en bien X ne dépend pas du prix du bien Y

SESSION DE CONTROLE 1999-2000

Exercices sur la théorie du consommateur (11 points)

Problème (5 points)

Dans les nouveaux bâtiments de l'ISG de Sousse, l'administration pense aménager l'un des deux amphithéâtres en construction, en salle de spectacle en vue de développer la vie culturelle dans l'Institut. En effet, l'ISG se propose de promouvoir le cinéma et le théâtre.

Une enquête, réalisée par les enseignants statisticiens, auprès des étudiants a montré que pour chacun d'eux l' « indice de satisfaction » progresse de 5% quand le nombre de séances de cinéma qui leur est proposé (noté C) s'élève de 10% et de 3% quand le nombre de représentations théâtrales (noté T) s'élève de 10%.

1. Déterminer la fonction d'utilité sachant que compte tenu de ces résultats, nous pouvons retenir pour rendre compte du comportement des étudiants une fonction d'utilité Cobb-Douglas de la forme : $U(C,T)= AC^{\alpha}T^{\beta}$. En déduire le degrés d'homogénéité de cette fonction. **(1,5 point)**
2. De façon optimale, dans quelle proportion un étudiant rationnel répartira-t-il alors son

budget culturel (noté B) entre dépenses pour le cinéma et dépenses pour le théâtre ? (les prix respectifs des billets d'entrée seront notés Pc et Pt) **(1,5 points)**

3. Sachant qu'un étudiant dispose en moyenne d'un budget annuel de 80d pour ses dépenses culturelles, établir les fonctions de demande individuelles de cinéma et de théâtres qui en découlent. **(0,5 point)**
4. Que peut-on dire des élasticités directes et croisées de la demande par rapport aux prix? Commentez votre réponse quant au réalisme du résultat ainsi obtenu. **(1 point)**
5. Calculer la quantité optimale qu'un étudiant peut demander en C et en T sachant que Pc= 1 et Pt=2. **(0,5 point)**

Exercice n°2 (6 points)

La fonction d'utilité d'un individu est de la forme : $\boxed{U(X, Y) = 10 X^2 Y^{1/2}}$

où X est la quantité consommée du bien X et Y celle du bien Y. Alors que le budget alloué à l'achat de ces deux biens est de R = 100, leurs prix respectifs sont Px = 20 et Py = 10

Il est demandé :

1. de définir et de calculer le taux marginal de substitution puis de vérifier la convexité de la courbe d'indifférence **(1 point)**
2. d'exprimer les fonctions de demande de X et de Y. En déduire l'équilibre du consommateur. **(1)**
3. de définir, puis de déterminer la courbe de consommation – revenu, en déduire la courbe d'Engel de X. **(1 point)**
4. de définir, puis de déterminer la courbe de consommation – prix par rapport à Px. **(0,5 point)**
5. L'Etat décide de compenser le bien X de sorte que le consommateur ne paye plus que P'x=5. La différence est versée directement au producteur.

a) Calculer l'effet total de la baisse de Px ainsi que les effets de substitution et de revenu. **(1 point)**

b) Quelle serait l'optimum du consommateur si l'Etat versait directement au consommateur la somme versée au producteur, sous forme de revenu supplémentaire ? Comparer les deux situations de compensation et de subvention pour le consommateur, pour l'Etat et pour les producteurs de X et de Y. **(1,5 point)**

SERIE 1999-2000 DE L'ISG DE SOUSSE
(Voir le corrigé en annexe)

SERIE N°1

Questions :

1) Le consommateur dispose de 17 unités monétaires, destinées à l'acquisition de 3 biens 1, 2 et 3. Le prix du bien 1 est de 1, celui du bien 2 de 2 et celui du bien 3 de 4 unités monétaires. Les utilités marginales (Um) sont résumées dans le tableau suivant :

Unité de produit	Um de bien 1	Um de bien 2	Um de bien 3
1ère	10	50	60
2ème	9	40	40
3ème	8	30	32
4ème	7	20	24
5ème	6	16	20
6ème	5	12	16

Quel panier de biens le consommateur va-t-il choisir afin de maximiser son utilité ?

2) Six consommateurs, 1 à 6, consomment deux type de biens X et Y. Le tableau suivant récapitule la composition des paniers A, B, C et D :

	Quantité	De biens	Utilités					
Paniers	X	**Y**	U1	U2	U3	U4	U5	U6
A	2	2	20	10	7	15	9	16
B	4	6	60	15	7	30	18	19
C	6	2	40	15	21	30	9	19
D	2	8	60	15	21	15	9	19

Peut-on, à partir de l'observation de ces fonctions d'utilités, conclure sur la rationalité de chacun des consommateurs ?

3)Vérifier si les fonctions d'utilité suivantes sont strictement quasi-concaves :

$$U(X,Y) = (X^2 + Y^2)^{1/2}$$

$$U(X,Y) = X + Y + 2\,X\,Y$$

Donner les deux propriétés importantes caractérisant le TMSxy correspondant à chaque fonction d'utilité ?

4) Calculer l'expression du TMSxy quand la fonction d'utilité a pour expression

- $U = 2\,X^{1/2} \cdot Y^{1/2}$
- $U = 3\,X^{3/4} \cdot Y^{1/2}$
- $U = X.\,Y$

5) Soit la fonction d'utilité : $U(X,Y) = X^{\alpha}.Y^{\beta}$

X et Y désignent les quantités consommées de deux biens avec $X \geq 0$ et $Y \geq 0$

Représentez graphiquement une courbe d'indifférence pour cette fonction et vérifiez la propriété de décroissance du taux marginal de substitution du bien Y au bien X : TMSyx

6) En théorie, pour maximiser son utilité, le consommateur doit acheter ou consommer les quantités de deux biens X et Y telles que :

$Um(X) / Um(Y) = Px/Py$ ou $Um(X)/Px = Um(Y)/Py$ ou $TMS = dY/dX = - Px/Py$

Expliquer économiquement la signification économique de chacune des expressions de cette condition d'"quilibre.

Exercice 1

On considère une fonction d'utilité de la forme : $U = X \cdot Y^{0,5}$

Sur la courbe d'indifférence U = 2, on prend un point A de cordonnées (X_A,Y_A) et on envisage un accroissement $\Delta X>0$ à partir de X_A.

1) Donner l'expression du TMSxy entre le point A et le point $B(X_B,Y_B)$ obtenu sur la courbe U=2 à la suite de l'augmentation de X.

2) On suppose que $X_A=1$ et $\Delta X=1$; quelle sera la valeur de TMSxy. Même question avec $X_A=1$ et $\Delta X=1/2$
3) Quelle sera la valeur du TMSxy au point A sur la courbe U=2 ?

Quelle est la signification mathématique du TMSxy au point A ou en un point quelconque de la courbe d'indifférence ?

Exercice 2

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité suivante : $U(X,Y) = X^{1/2} Y^{1/2}$ (1)

1) Etudier les fonctions d'utilité marginale
2) La fonction d'utilité vérifie-t-elle l'axiome de non saturation
3) Quelle sera la valeur du coefficient par lequel l'individu devra multiplier sa demande de bien X, pour décupler sa satisfaction totale, sans modifier sa demande de Y
4) On donne à U(X,Y) la valeur Uo. Que représente la fonction (1) ainsi valorisée ? Quelles sont les caractéristiques de la courbe représentative ?
5) Définir et donner les propriétés du TMSxy correspondant à ces préférences. Commenter économiquement.
6) Donner la signification économique des composants relatifs aux quantités consommées des biens X et Y dans la fonction d'utilité.

Exercice 3

Un consommateur dispose d'un budget qu'il épuise dans l'achat de catégories de biens : des produits alimentaires (X) et des vêtements (Y).

Les préférences de ce consommateur sont représentées par la fonction d'utilité suivante : $U(X,Y) = X(Y+2)$

1) Représenter la courbe d'indifférence de niveau 3 et déterminer le TMS au point (1,1). Interpréter votre résultat.
2) Qu'est ce qu'on entend par comportement du consommateur rationnel
3) En supposant Px=20, Py=10 et le revenu R=50. Déterminer la contrainte budgétaire et représenter graphiquement le point d'équilibre du consommateur.
4) Déterminer les fonctions de demande des biens X et Y et les quantités de biens demandées par l'individu rationnel en utilisant les deux méthodes

SERIE N° 2 : LA FONCTION DE DEMANDE ET L'ELASTICITE

Exercice 1

On considère une fonction d'utilité de la forme : $\mathbf{U = X^{3/4} . Y^{1/4}}$

et une contrainte budgétaire : R = Px.X+Py.Y

1) Déterminer l'expression des fonctions de demande rationnelle de X et Y.
2) Etudier la forme de ces fonctions
3) En se donnant des valeurs particulières pour Px, Py, et R. Donner sur un double graphique la correspondance qui existe entre la fonction de demande du bien Y et les points d'équilibre obtenus sur les courbes d'indifférence.
4) Dans un premier temps, on fera apparaître la courbe d'Engel de Y associée à la courbe de « consommation-revenu », dans un second temps, la courbe de demande de Y associée à la courbe de « consommation-revenu »
5) Si on multiplie le revenu et les prix par un même coefficient, quelles seront les modifications subies par les demandes rationnelles de biens ?

Exercice 2

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction d'utilité : $\mathbf{U(X,Y) = X^{1/2} + Y^{1/2}}$

où X et Y sont des quantités de biens 1 et 2.

1) Déterminer :
   a) les fonctions de demandes,

b) la consommation optimale si R=3000um et Px=Py=1um,

c) la nouvelle consommation optimale si Px double,

2) Calculer les élasticités correspondant à cette fonction d'utilité et commenter.

Exercice 3

A l'ISG de Sousse, il existe deux systèmes de restauration pour les étudiants :

- une cafétéria où les repas (dont le nombre sera noté X) sont proposés au prix unitaire de 200M.
- Un restaurant universitaire où les repas (dont le nombre sera noté Y) sont tarifés par l'ONOU au prix unitaire de 150M.

1) Après enquête auprès d'un groupe d'étudiant boursiers, on est parvenu à établir que leur « fonction de satisfaction » en matière de fréquentation des restaurants du campus est de la forme : $U = f(X,Y) = X^{1/2} . Y^{1/3}$ Quels enseignements peut-on tirer de cette fonction ? Que signifie l'équation U=Uo si Uo désigne une constante ?

2) Avec un budget « restaurant » de 40.000M. Comment un étudiant du groupe de référence répartira-t-il de façon optimale sa fréquentation entre les deux types de restaurants ?

3)L'ONOU est contraint, pour des raisons budgétaires, d'augmenter le prix des repas au restaurant universitaire, qui passe de 150M à 180M.

a) Dans un premier temps, le service des bourses s'engage à compenser intégralement, par une allocation supplémentaire, la perte de revenu réel induite par cette augmentation. Quelle sera la nouvelle position d'équilibre pour les étudiants du groupe de référence ? Quel montant de compensation devra-t-on verser à chacun ?

b) Dans un deuxième temps, l'allocation compensatoire est supprimée, alors que le prix du repas en restaurant universitaire est maintenu à 180M. Quelle est la nouvelle position d'équilibre pour les étudiants du groupe de référence ? Comment peut-on mesurer la baisse de leur niveau de satisfaction qui en résulte ?

c) Illustrez par un schéma (approximatif) les différents changements intervenus. Commentez.

SERIE N°3 : L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR : LES CAS PARTICULIERS

Exercice 1 (examen de la session principale 1998/1999 de l'ISG de Sousse)

Fethi voudrait consommer deux biens complémentaires A et B. Une unité du bien A doit être obligatoirement consommée avec deux unités de B.

Ces biens sont désirables et infiniment divisibles.

On désigne par P_A et P_B les prix respectifs de A et B et R le revenu de Fethi.

1- Le panier (1,2) procure un niveau de satisfaction égal à 4.

- Le panier (1,5) procure-t-il un niveau de bien-être supérieur à 4 ? Même question pour les paniers (1,1) (2,2) (2,5) et (1,4)
- Peut-on dire qu'une unité de bien A vaut deux unités de bien B ?

2. Représenter graphiquement la carte d'indifférence et indiquer le panier optimal du consommateur pour un niveau donné de revenu. Justifier votre réponse.
3. Déterminer et expliquer l'équilibre de Fethi pour R=12, P_A=4 et P_B=1.
4. L'Etat veut prélever sur Fethi une recette fiscale T=6. Pour cela, il lui fait subir une taxe unitaire sur la consommation de bien A, égal à 1. Donner la nouvelle situation d'équilibre. Expliquer pourquoi l'introduction de cette taxe va provoquer une diminution du niveau du bien être de Fethi.

   A quel niveau l'Etat va-t-il fixer t afin d'obtenir la recette T=6 ? Représenter le nouveau panier de consommation ;
5. Finalement l'Etat opte pour un impôt forfaitaire sur le revenu pour réaliser la même recette fiscale (T=6). Quel est le montant de cet impôt ? Quelle est la nouvelle contrainte budgétaire de Fethi et quelle est son nouveau panier de consommation ?

   Fethi préfère-t-il subir un impôt sur le revenu ou bien une taxe unitaire sur le bien A

Exercice 2

La fonction d'utilité d'un consommateur est de la forme : $\mathbf{U = X^2.Y}$

Les variables exogènes sont **: R=60 ; Px=8 ; Py=5**

1) Ecrire la contrainte budgétaire, exprimer la condition d'optimalité, déduire et représenter l'équilibre de ce consommateur.
2) Calculer et interpréter le TMS au point d'équilibre
3) L'Etat décide de compenser le bien X de sorte que le consommateur ne paye plus que Px=5, la différence est versée directement au producteur
    a) Calculer le nouvel optimum et déterminer les effets de substitution et de revenu de la baisse de prix sur les quantités de X et de Y.
    b) Tracer en donnant son équation, la courbe de prix-consommation dans ce cas
    c) Déterminer le montant de la somme versée par l'Etat au producteur, à la place du consommateur
4) Quelle serait l'optimum du consommateur si l'Etat lui versait directement la somme précédemment déterminée, sous forme de revenu supplémentaire, tout en maintenant le niveau initial du prix de X ? Tracer la courbe de revenu-consommation dans ce cas.
5) Comparer les deux situations précédentes (compensation et subvention) du point de vue du consommateur, du producteur et de l'Etat et conclure.

Exercice 3

Soit la fonction d'utilité suivante : $\mathbf{U = X^{1/2}.Y}$

Supposons qu'on abandonne l'hypothèse de la non saturation toutes en gardant les autres hypophyses et propriétés.

On suppose que le consommateur atteint un seuil de saturation sur les quantités lorsque X=Y=4

1) Calculer Px et Py pour que le consommateur qui dispose d'un R=10 soit simultanément : dans une situation d'équilibre et aux seuils de saturation pour les deux biens
2) faites la représentation graphique

Exercice 4 (examen de la Faculté de Sc.Eco. & de Gestion de Tunis 1997/98)

Soit un citoyen dont la fonction d'utilité est de la forme suivante : **U = U (X,D)**

X : désigne la quantité consommée du bien X, le bien X est un bien composite représentatif de l'ensemble des biens que consomme le citoyen considéré

D : représente les dons de charité en dinars du citoyen ou sa contribution aux organismes de bienfaisance

1) Représenter la contrainte budgétaire du citoyen considéré, reliant les dons de charité (en abscisse) et la consommation de tous les biens (en ordonnée) en posant Px=1.
2) Que devient cette contrainte au cas où l'Etat décide de taxer les dons de charité d'un impôt sur le revenu au taux t.
3) Que devient cette contrainte au cas où l'Etat décide d'exonérer les dons de charité à concurrence d'un montant $\overline{D}$.

Exercice 5

Lorsque la consommation d'eau d'un abonné excède la quantité Xe , La SONEDE facture les quantités additionnelles à un prix majoré de a%.

Tracer la contrainte budgétaire de l'abonné dont la consommation porte sur deux biens : le bien E = eau et le bien C = bien composite représentant l'ensemble des autres biens de consommation.

Notons : R=revenu ; Pe=prix de l'eau lorsque Xe ≤ Xe ; Pc=prix du bien composite ; Xe=quantité d'eau consommée ; Xc=quantité des biens composites consommé.

Exercice 6

On suppose que R=20 ; Px=5 ; Py=5

Pour une raison quelconque, l'individu n'a pas la possibilité de se procurer plus de 3 unités de bien X et de 3,5 unités de bien Y.

Quels seront les paniers de biens dont l'achat pourra être envisagé par le consommateur, si celui-ci dépensé entièrement son revenu ? Donner la représentation graphique du problème et de sa solution.

EXERCICES DE REVISION AVEC ELEMENTS DE CORRIGE

(Voir le corrigé en annexe)

Exercice 1

La fonction d'utilité d'un consommateur nous est donnée sous la forme : $\boxed{\mathbf{U = X^{1/3}.\ Y^{2/3}}}$

X est la quantité consommée d'un bien X et Y est la quantité consommée d'un bien Y. Les prix unitaires sont respectivement Px et Py

1. Sachant que le consommateur dispose d'un revenu de 1200 unités monétaires et que Px et Py sont respectivement de 1 et 2, calculer la composition du panier de bien qu'il choisira.
2. Si son revenu double, quelles quantités de biens X et Y choisira le consommateur?

Trouver la relation qui existe entre les quantités de biens consommés et le revenu.

Calculer son élasticité au point d'équilibre de la première question.

3. Le système de prix se présente sous la forme P (2, 2). Trouver la nouvelle consommation retenue, sachant que le revenu est de 1200 comme pour la première question. Décomposer cet effet-prix en effet de revenu et en effet de substitution.
4. Etablir la fonction de demande de ce consommateur lorsque varient prix et revenu. Calculer alors les élasticités-prix de cette fonction.

Exercice n°2

On donne la fonction d'utilité : $\boxed{\mathbf{U = 4\ X^{1/2} + 3\ Y^{1/2}}}$

Et une fonction de contrainte budgétaire telle que : R = Px.X + Py.Y

Il est demandé, d'une part de calculer les fonctions de demande optimales et, d'autre part, d'en trouver le degré d'homogénéité tant par rapport aux prix qu'au revenu, tout en ne manquant pas d'apprécier ces résultats sur le plan économique.

Exercice n°3

La fonction d'utilité d'un consommateur nous est donnée sous la forme : $\boxed{\mathbf{U = X^{1/4} .Y^{314}}}$

X est la quantité consommée d'un bien X et Y est la quantité consommée d'un bien Y. Les prix unitaires sont respectivement Px et Py

1. Sachant que le consommateur dispose d'un revenu de 1600 unités monétaires et que Px et Py sont respectivement de 1 et 3, calculer la composition du panier de bien qu'il choisira.
2. Si son revenu double, quelles quantités de biens X et Y choisira le consommateur?

Trouver la relation qui existe entre les quantités de biens consommés et le revenu.

Calculer son élasticité au point d'équilibre de la première question.

3. Le système de prix se présente sous la forme P (2, 3). Trouver la nouvelle consommation retenue, sachant que le revenu est de 1200 comme pour la première question. Décomposer cet effet-prix en effet de revenu et en effet de substitution.

Exercice n°4

Vous disposez d'un budget-loisirs (R) à répartir intégralement entre le cinéma (X) et la gymnastique-jogging (Y).

Compte tenu de vos goûts personnels, la rationalité de votre comportement vous conduit à adopter une attitude telle que:

$\boxed{Y = (K/X) - 2}$ où K est une constante et X et Y représentent vos consommations mensuelles moyennes

1. Si votre budget-loisirs mensuel (R) est de 96 u.m., Si le prix du cinéma Px = 30 um, celui d'une

heure de gymnastique Py = 12 um;

a) Quel sera votre Comportement mensuel de loisir?

Vous obtiendrez le résultat avec les fonctions de demande.

b) Vous les confirmerez par un calcul avec le lagrangien.

2. Si le cinéma et le Club de gymnastique appartiennent à un même propriétaire et que celui-ci, afin de maximiser ses recettes, envisage d'augmenter Px et Py :

a) Pensez-vous qu'il ait raison ? Pour vous justifier, de façon précise, vous utiliserez un calcul d'élasticités.

b) Quelles conclusions en tirez-vous quant à la nature de ces deux services? Cela vous semble-t-il plausible ?

3. Ayant été informé de vos commentaires, le propriétaire, en définitive, baisse de 20 % le prix de l'heure de gymnastique.

a) Quelle sera votre nouvelle consommation?

b) Représenter graphiquement, dans l'espace des biens, les deux situations : avant et après la baisse des prix.

c) Calculer les effets substitution et revenu (au sens de J.Hicks) qui résultent de cette baisse de prix. Commenter vos résultats.

4. Représenter graphiquement la demande de cinéma, en indiquant pour chaque situation, le point d'équilibre correspondant.

a) R= 96	Px=30	Py=12
b) R =96	Px=20	Py=12
c) R= 96	Px=30	Py = 27
d) R =276	Px=10	Py=12

Exercice n°5

La fonction d'utilité d'un individu est de la forme : $\boxed{U(X,Y) = \alpha X + \beta Y + X Y}$
où X est la quantité consommée du bien X et Y celle du bien Y, α et β étant deux coefficients strictement positifs. Sa contrainte budgétaire s'écrit : R = Px.X + Py.Y
Expression dans laquelle R désigne le revenu, et Px et Py les prix respectifs des deux biens.
Il est demandé

1. de définir, puis de calculer le taux marginal de substitution;
2. d'établir la convexité de la fonction d'indifférence
3. de trouver les quantités procurant un maximum de satisfaction à l'individu,
4. de pronostiquer quelle serait l'attitude de ce consommateur Si le prix Py prenait une valeur telle que : $Py \geq (R + \beta.Px) / \alpha$
5. de calculer les élasticités prix « directe », prix « croisée et « revenu » du bien Y après avoir pris le soin d'en récapituler les formules. On discutera alors de la nature de ce bien en fonction des résultats obtenus.

Exercice n°6

On donne les fonctions de demande de deux biens 1 et 2

$$\boxed{Q_1 = 5{,}75\ P_1 + 38{,}64\ P_2 - 240{,}90\ P - 0{,}087\ R}$$
$$\boxed{Q_2 = 33{,}85\ P_1 - 13{,}33\ P_2 + 140{,}60\ P - 0{,}045\ R}$$

Où Q_1 et Q_2 : quantités demandées des biens 1 et 2. P_1 et P_2 : prix des biens 1 et 2;
P : niveau général des prix et R : revenu nominal.
A un instant donné du temps, on sait que: $P_1 = 2$; $P_2 = 10$; $P = 1$; $R = 1000$
Compte tenu de ces précisions, il est demandé:

1) de calculer les quantités respectives des biens qui seront demandées;
2) de déterminer:

a) les élasticités-revenu des deux biens;

b) les élasticités-prix directes des deux biens
c) les élasticités-prix croisées des deux biens
3) de préciser la nature des deux biens en question.

Exercice n°7

Pour les deux équations de demande suivantes :

$\boxed{\log X = a \log Px + b \log Py + c \log R}$ avec a, b > 0 et c < 0

$\boxed{Y = a' \log Py + b' \log Px + c' \log R}$ avec a' < 0 ; b' > 0 et c' >1

Il est demandé
1) de calculer les élasticités-prix directe et croisée de même que les élasticités-revenu
2) de vous prononcer sur la cohérence économique des résultats

d'établir une relation entre les élasticités dès lors que l'on postule l'absence d'illusion monétaire.

Exercice n°8

Soit la fonction d'utilité suivante $\boxed{U(X,Y) = X^2 .Y}$ représentant le niveau de satisfaction pour un consommateur en fonction de deux biens X et Y.

On donne R = 60, Px = 8 et Py = 5
1) Ecrire la contrainte budgétaire, donner la condition d'optimum et déduire l'équilibre du consommateur.
2) Calculer et interpréter le Taux marginal de Substitution (TMS) au point d'équilibre.
3) L'Etat décide de compenser le bien X de sorte que le consommateur ne paye plus que Px=4, la différence étant versée directement au producteur.
   a) Calculer le nouvel optimum. En déduire les effets de substitution et de revenu de la baisse de Px sur les quantités de X et Y.
   b) Déterminer l'équation de la courbe de consommation-prix dans ce cas.
   c) Quel est le montant de la somme versée par l'Etat au producteur au lieu du consommateur ?
4) Quel serait l'optimum du consommateur si l'Etat lui versait directement la somme déterminée sous forme d'augmentation du revenu ? Déterminer la courbe de consommation-revenu dans ce cas.
5) Comparer les deux situations précédentes (compensation et subvention) du point de vue des quantités consommées, de l'utilité du consommateur et conclure.

Exercice n°9

Soit un consommateur dont les préférences sont représentées par la fonction suivante :

$\boxed{Y = U / (X+1)}$ où U représente son utilité et X et Y deux biens.
1) Etablir les fonctions de demande des deux biens X et Y.
2) Calculer les élasticités prix (directes) et les élasticités revenu pour chaque bien. Qu'en déduit-on?
3) Sachant que Px = 10 et Py = 40,
   a) Déterminer la courbe de consommation - revenu.
   b) Calculer X et Y pour U = 16 et U = 64.
   c) Déterminer la courbe de consommation - prix par rapport à Px.
4) Quelle est la valeur de Py si à l'équilibre Px = 10, R = 150 et U = 64 ?

Exercice n°10

Votre entreprise vous charge d'effectuer une étude de marché sur le bien qu'elle fabrique.

Le comportement des consommateurs est décrit par la fonction d'utilité suivante :

$\boxed{U(X , Y) = (X + 2)^{2/3} Y^{1/3}}$

X : bien produit par l'entreprise

Y : bien produit par la concurrence

Alors que le budget alloué à l'achat de ces deux biens est de R = 200, leurs prix respectifs sont Px = 25 et Py = 15.

1) Exprimer les fonctions de demande de x et de y.
2) Déterminer le choix optimal d'un consommateur.

3) Quelle est la nature des deux biens ?
4) Quelle est la nature de leurs demandes ?
5) Sont-ils compléments, substituts ou indépendants ?
6) Déterminer la courbe de consommation - revenu, lorsque Px et Py sont maintenus constants. En déduire la courbe d'Engel.
7) Déterminer la courbe de consommation - prix, lorsque Py et R sont maintenus constants.
8) Si le prix de X est porté à P'x = 30, quelles conclusions tirez-vous des effets de substitution et de revenu ?
9) Votre entreprise a-t-elle intérêt à augmenter Px dans de telles proportions ?

Formuler un rapport de synthèse des questions précédentes en trouvant des exemples concrets de biens X et Y.

Exercice n° 11

Un consommateur a pour fonction d'utilité: $\boxed{\mathbf{U = U(X\ Y) = 2\ X^{1/3}\ Y^{1/4}}}$ où X et Y représentent les quantités de biens X et Y consommées.

1) La fonction d'utilité vérifie-t-elle l'axiome de non-saturation ?
2) Ecrire, dans le repère (OX,OY), l'équation des courbes d'indifférence. Démontrez, par le calcul, qu'elle respecte l'hypothèse de convexité.

Exercice n° 12

Tracer la carte de préférence d'un consommateur (composé de 3 courbe d'indifférence avec $I_0 < I_1 < I_2$) lorsqu'il consomme les couples suivants de biens dans les conditions suivantes :

a) Il aime le café (en abscisse) mais n'aime ni déteste le thé
b) Il a toujours besoin à la fois d'une chaussure gauche et d'une droite
c) Le chocolat et la confiture sont de parfait substituts et lui procure une égale satisfaction
d) L'eau (en ordonné) a bon goût et le vin le rend malade.

Exercice n°13

On sait que l'individu étudié un comportement rationnel. L'analyse des demandes de bien Y en fonction du prix de X, pour un prix du bien Y fixé à 4 et pour un revenu égal à 100, donne les résultats suivants :

Prix Px	5	4	3	2
Quantités X	2,5	7,5	16,5	20

1) Définir ce qu'on entend par courbe de « consommation-prix » et tracer cette courbe
2) Commenter la forme de la courbe de demande de X en fonction de son prix.

Exercice n°14

Soit une fonction d'utilité de la forme : $\boxed{\mathbf{S = 2\ X + 4\ Y + (XY) + 8}}$

Et une contrainte budgétaire : 50 = 5 X + 10 Y

Quelles seront les quantités demandées à l'optimum ? Déterminer ces quantités en utilisant la méthode de la fonction de Lagrange.

Exercice n°15

La fonction de satisfaction d'un consommateur est $\boxed{\mathbf{U = X^{0,3}.Y^{0,7}}}$

La contrainte de budget est : R = Px.X + Py.Y

1) Etablir les conditions de l'optimum du consommateur par la méthode du multiplicateur de lagrange et dégager la signification économique des résultats obtenus.
2) Quelle est la signification économique du multiplicateur de Lagrange utilisé dans la recherche des conditions de l'optimum ?
3) L'équilibre obtenu à la 1ère question est-il stable ?

BIBLIOGRAPHIE

- AKARI Abdallah, « Théorie micro-économique : Cours et exercices corrigés », Tunis 1996.
- BEGG David , FICHER Stanley , DOMBUSH Rudiger , « Micro-économie », Adaptation française : Bernard Bernier, Henri-Louis Védie, 2ème édition, Edition Ediscience international, Paris 1996.
- BEN ABDENNEBI Hafedh et OUNAIES Skander, « Recueil d'exercices de Micro-économie », Tunis 1998.
- BERNIER Bernard et VEDIE Henri-Louis , « Micro-économie : éléments fondamentaux et exercices corrigés », Edition Ediscience international, Paris 1992
- CÔME Thierry et ROUET Gilles, « Cours et exercices corrigés de micro-économie », Edition Eyrolles, Paris 1993.
- CÔME Thierry et ROUET Gilles, « Micro-économie : Initiation à l'analyse économique des comportements », Edition Eyrolles Université, Paris 1994.
- DE LA GRANDVILLE Olivier, « Principes d'Economie, Tome 1, Micro-économie », Edition Economica, Paris 1994.
- DIULIO Eugene A., « Micro-économie : cours et problèmes, Edition Mac Graw Hill, Paris 1993.
- DUBOIS philippe, « Introduction à la micro-économie : cours et exercices », Edition Ellipses, Paris 1997.
- EECKHOUDT Louis, CALCOEU Francis, « Eléments de micro-économie », Edition De Boeck Université, Bruxelles 1989.
- GENEREUX Jacques, « Economie politique : Introduction et Micro-économie », Edition Hachette, Paris 1990.
- GOWLAND David & PATERSON Anne, « Micro-économic analysis », Edition Harvester Wheatsheaf, Cambridge 1993.
- HUBLER Jérôme et TCHIBIZO Guy, « Micro-économie, tome 1, Consommateurs et producteurs », Edition Bréal, Paris 1994.
- JULLIEN Bruno et PICARD Pierre, « Eléments de micro-économie », 2ème Edition, Edition Montchrestien, Paris 1994.
- MEDDELA G.S. & MILLER Ellein, « Micro-economics : Theory and Application », Edition Mac Graw Hill, Paris 1989.
- ORY Jean-Noël, « Micro-économie, tome II, les marchés », Edition Bréal, Paris 1995.
- ORY Jean-Noël, « Microéconomie, Tome II, Les marchés », Edition Bréal, Paris 1995.
- PERCHERON Serge, Exercices de Micro-économie », Edition Masson, Paris 1991.
- ROUET Gilles, « Micro-économie », Edition Eyrolles Université, Paris 1994.
- SAMUELSON Paul A. et NORDHAUS William D., « Micro-économie », 14ème Edition, Edition : Les Editions d'organisation, Paris 1995.
- TALBI Béchir, « Analyse Micro-économique : développement théoriques et sujets d'examen corrigés », Tunis 1993.
- VARIAN Hal R. , « Introduction à la micro-économie », Traduit par Bernard Thiry, Edition De Boeck Université, Bruxelles 1992.

TABLE DES MATIERES