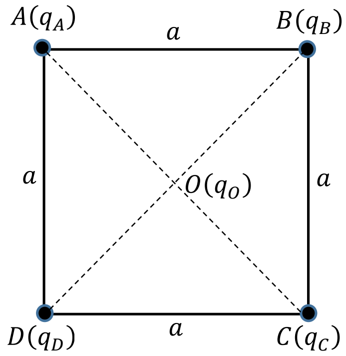
Université A. Mira de Bejaia **Année universitaire 2021/2022**
Faculté de Technologie **Physique 2: électricité et magnétisme**
Département de Technologie – 1ère Année

Série spéciale de Physique 2

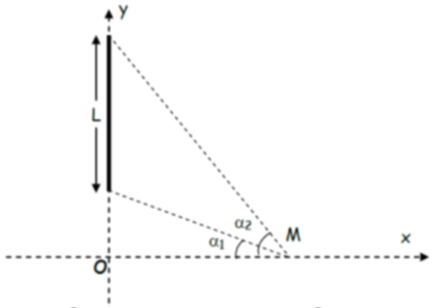
Exercice 1 :

Quatre charges ponctuelles $q_A = 2q_B = -q_C = -2q_D = 2q$ $(q > 0)$ sont fixées aux sommets A, B, C et D d'un carré de coté a. Une cinquième charge $q_0 > 0$ est maintenu fixe au centre O du carré (figure ci-contre).



1. Déterminer l'expression de la force électrostatique totale $\vec{F}(O)$ qui s'exerce sur la charge en O ;
2. Trouver l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(O)$ résultant au point O en utilisant deux méthodes différentes ;
3. Donner l'expression du potentiel résultant $V(O)$ au point O ;
4. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle électrostatique $E_p(O)$ de la charge q_0 ?
5. Calculer l'énergie interne U du système de charges (q_A, q_B, q_C, q_D).

Exercice 2 :



I- Un fil de longueur L uniformément charge par une de densité linéique positive $\lambda_1 = \lambda$. Il est placé suivant l'axe des Y (Figure 1).

1- Donner l'expression des composantes du champ électrique crée par ce fil au point M situé sur l'axe des x ,tel que OM= x, en fonction de α_1 et α_2 .

2- Montrer que ce champ s'écrit :

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1}{x}\,\vec{\imath} \quad (lorsque\ le\ fil\ devient\ infini)$$

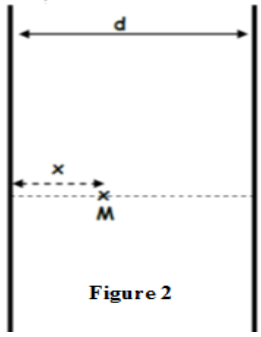


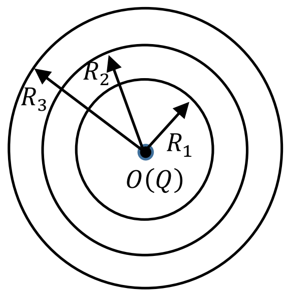
Figure 2

II- On place maintenant un seconde fil infini de densité linéique $\lambda_2 = -\lambda$, à une distance d du premier fil (Figure 2).

- Donner l'expression du vecteur champ électrique crée par les deux fils en un point M situé à une distance x du premier fil.

Exercice 3 :

Soit la distribution continue de charges de la figure ci-contre constitué d'une charge ponctuelle Q, fixe au point O, et de trois sphères conductrices et concentriques de rayons R_1, R_2 et R_3 et portant les charge $-Q, +2Q\ et\ 3Q$, respectivement.



1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ produit par cette distribution de charges en tout point M de l'espace, tel que $OM = r$. Distinguer les régions : $r < R_1, R_2 < r < R_2, R_2 < r < R_3, r > R_3$
2. En déduire l'expression du potentiel électrique $V(M)$ produit par cette distribution dans la région $r > R_3$, sachant que le potentiel est une grandeur nulle à l'infini.

Exercice 04: (les parties A et B sont indépendantes)

Partie A

I) Soit une sphère conductrice S_1de rayon R_1 portée au potentielV_1.

1- Calculer la charge $q_1$portée par cette sphère.

II On isole S_1 de la source de potentiel V_1. Après l'avoir chargé puis on la relie à la sphère conductrice S_2 de rayon R_2 initialement neutre par un fil conducteur très long.

a- Calculer la charge portée par chaque sphère

b- Calculer le champ électrique au voisinage de chaque sphère

c- Donner l'énergie de l'ensemble avant et après connexion.

Partie B

On donne les valeurs des capacités représentées sur la figure :

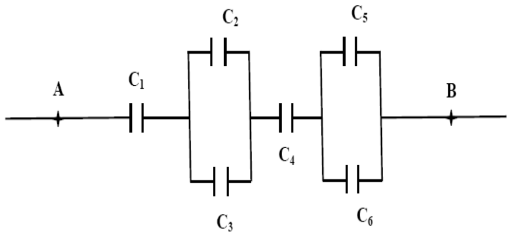
$C_1 = C_5 = C_6 = 5\mu F, C_2 = 3\mu F, C_3 = 7\mu F, C_4 = 10\mu F.$

La différence de potentiel entre les bornes A et B est : $V_{AB} = 1000V$.

1- Déterminer la capacité équivalente C_{AB} du circuit.

2- Déterminer la charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalente.

3- Déterminer la charge et la différence de potentiel de chaque condensateur.



Exercice supplémentaire :

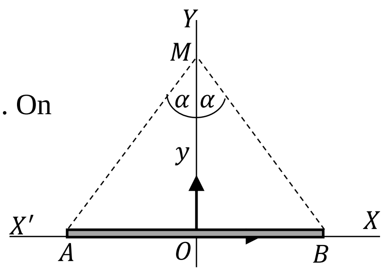
Exercice S1:

Deux charges ponctuelles identiques $q_A = q_B = q > 0$ sont placées respectivement aux points A et B de l'axe OY, tels que $OA = OB = a$. Une troisième charge positive Q est placée en un point M sur l'axe OX, tel que $OM = x$.

1. Trouver l'expression du champ électrique et du potentiel électrostatique au point M.
2. Déterminer la force résultante $\vec{F}$ exercée par les charges q_A et q_B sur la charge Q et son module
2. Trouver la position x pour que $\vec{F}$ soit maximal.
3. Trouver l'expression de la force résultante $\vec{F}$ si $q_A = q\ et\ q_B = -q$ avec $q > 0$.
5. Donner l'énergie potentiel de la charge Q.
6. Calculer l'énergie potentiel du système forme par les trois charges.

Exercice S2

Un fil fini, assimilé à un segment de droite AB porté par l'axe (OX), est uniformément chargé avec une densité linéique positive λ (figure ci-contre). On désigne par O le milieu du segment AB.

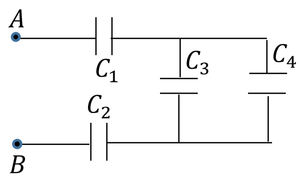


1. Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ crée par cette distribution en tout point M de l'axe (OY), tel que $OM = y > 0$.
2. Que devient l'expression de ce champ dans les cas suivants :

a. le point M est très éloigné de l'origine O ;

b. le point est très proche du fil chargé.

Exercice S3:



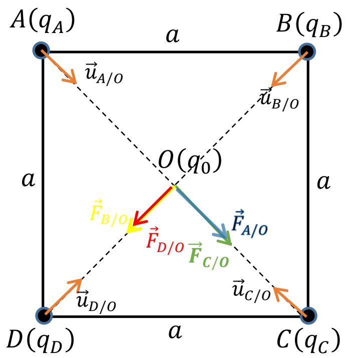
Soit l'assemblage de condensateur de la figure ci-contre, où :

$$C_1 = 2C_2 = 3C_3 = 4C_4 = C = 24\ \mu F$$

1. Calculer la capacité équivalente $C_{eq} = C_{AB}$ à ce montage entre les points A et B;
2. On relie ces deux points à un générateur délivrant une tension continue $U = 220\ V$. A l'équilibre, calculer la charge portée par chaque condensateur et la différence de potentiel entre ses bornes.

Corrigé

Exercice 01



D'après l'énonce on a:

$q_A = 2q$, $q_B = q$, $q_C = -2q$ et $q_D = -q$

La force électrostatique appliquée sur la charge q_O sera la somme des forces appliquées par les quatre charges placées aux sommet du carré sur cette charge, donc :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O} + \vec{F}_{C/O} + \vec{F}_{D/O}$$

$$OA = OB = OC = OD = a/\sqrt{2}$$

$\vec{u}_{A/O} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\imath} - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\jmath} = 1/\sqrt{2}\vec{\imath} - 1/\sqrt{2}\vec{\jmath}$; $\vec{u}_{B/O} = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\imath} - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\jmath} = -1/\sqrt{2}\vec{\imath} - 1/\sqrt{2}\vec{\jmath}$

$\vec{u}_{C/O} = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\imath} + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\jmath} = -1/\sqrt{2}\vec{\imath} + 1/\sqrt{2}\vec{\jmath}$; $\vec{u}_{D/O} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\imath} + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\vec{\jmath} = 1/\sqrt{2}\vec{\imath} + 1/\sqrt{2}\vec{\jmath}$

$$\vec{F}_{A/O} = \frac{kq_Aq_0}{AO^2}\vec{u}_{A/O} = \frac{2kqq_0}{(a/\sqrt{2})^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{2\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

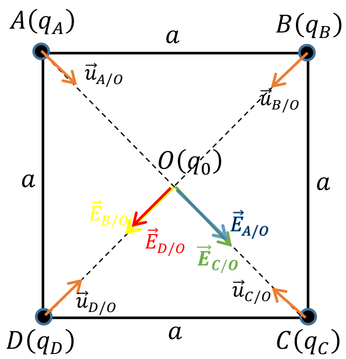
$$\vec{F}_{B/O} = \frac{kq_Bq_0}{BO^2}\vec{u}_{B/O} = \frac{kqq_0}{(a/\sqrt{2})^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{F}_{C/O} = \frac{kq_Cq_0}{CO^2}\vec{u}_{C/O} = \frac{-2kqq_0}{(a/\sqrt{2})^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}\vec{\imath}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{2\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{F}_{D/O} = \frac{kq_Dq_0}{DO^2}\vec{u}_{D/O} = \frac{-kqq_0}{(a/\sqrt{2})^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O} + \vec{F}_{C/O} + \vec{F}_{D/O} = \frac{2\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + \frac{\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + \frac{2\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + \frac{\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath}) = \frac{2\sqrt{2}kqq_0}{a^2}(\vec{\imath} - 3\vec{\jmath})$$

N.B. Il est aussi possible déduire $\vec{F}_{C/O}$ et $\vec{F}_{D/O}$ directement à partir de $\vec{F}_{A/O}$et de $\vec{F}_{C/O}$



2- Calcul de champ électrique :

1ere methode :

$$\vec{F}(O) = q_0\vec{E}(O) \rightarrow \vec{E}(O) = \frac{\vec{F}(O)}{q_0} = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}(\vec{\imath} - 3\vec{\jmath})$$

2mee methode :

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{C/O} + \vec{E}_{D/O}$$

$$\vec{E}_{A/O} = \frac{kq_A}{AO^2}\vec{u}_{A/O} = \frac{2kq}{(a/\sqrt{2})^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_{B/O} = \frac{kq_B}{BO^2}\vec{u}_{B/O} = \frac{kq}{(a/\sqrt{2})^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_{C/O} = \frac{kq_C}{CO^2}\vec{u}_{C/O} = \frac{-2kq}{(a/\sqrt{2})^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}_{D/O} = \frac{kq_D q_0}{DO^2}\vec{u}_{D/O} = \frac{-kqq_0}{(a/\sqrt{2})^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\imath} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{\jmath}\right) = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath})$$

$$\vec{E}(O) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}(\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}(-\vec{\imath} - \vec{\jmath}) = \frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}(\vec{\imath} - 3\vec{\jmath})$$

3 Le potentiel :

$$V(O) = V_A + V_B + V_C + V_D$$

$$V_A = \frac{kq_A}{OA} = \frac{2\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V_B = \frac{kq_B}{OB} = \frac{\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V_C = \frac{kq_C}{OC} = -\frac{2\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V_D = \frac{kq_D}{OD} = -\frac{\sqrt{2}Kq}{a}$$

$$V(O) = 0$$

4 *L'énergie potentiel de la charge* q_0

$$E_p = q_0\, V(O) = 0$$

5 *L'énergie interne du système* (on va la notée U_p)

$$U_p = \sum_{i}^{4}\sum_{j>i}^{4}\frac{kq_iq_j}{r_{ij}} = \frac{kq_Aq_B}{AB} + \frac{kq_Aq_C}{AC} + \frac{kq_Aq_D}{AD} + \frac{kq_Bq_C}{BC} + \frac{kq_Bq_D}{BD} + \frac{kq_Cq_D}{CD}$$

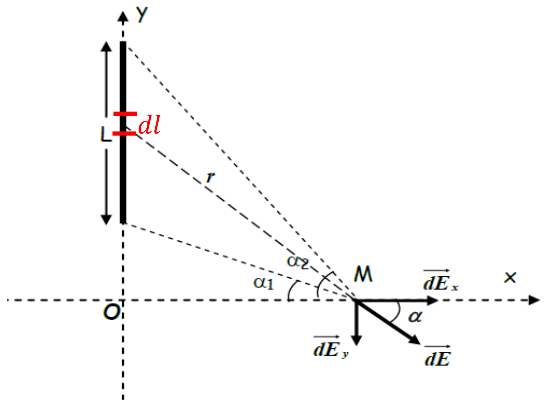
$$U_p = \frac{2Kq^2}{a} - \frac{4Kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{2Kq^2}{a} - \frac{2Kq^2}{a} - \frac{Kq^2}{a\sqrt{2}} + \frac{2Kq^2}{a} = -\frac{5Kq^2}{\sqrt{2}a}$$

Exercice 02 :

I- Champ crée par le fil au point M :
Soit un élément de longueur dl porte une charge élémentaire dq. Cette charge génère au point M un champ élémentaire $\overrightarrow{dE}$ son expression est donnée par:

$$\overrightarrow{dE} = \frac{kdq}{r^2}\ \vec{u} = \frac{k\lambda_1 dy}{r^2}\ \vec{u}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} dE_x = dE\cos\alpha \\ dE_y = -dE\sin\alpha \end{cases}$$



On exprime tout en fonction de alpha:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow r = \frac{x}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x\operatorname{tg}\alpha \Rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2\alpha}\,d\alpha$$

Donc

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = dE\cos\alpha = \dfrac{k\lambda_1 dy}{r^2}\cos\alpha = \dfrac{k\lambda_1}{x}\cos\alpha\,d\alpha \\ dE_y = -dE\sin\alpha = -\dfrac{k\lambda_1 dy}{r^2}\sin\alpha = -\dfrac{k\lambda_1}{x}\sin\alpha\,d\alpha \end{cases}$$

En intégrant entre α_1 et α_2 :

$$E_x = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{k\lambda_1}{x}\cos\alpha\,d\alpha = \frac{k\lambda_1}{x}\,(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$$

$$E_y = -\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{k\lambda_1 dy}{r^2}\sin\alpha = \frac{k\lambda_1}{x}\,(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$

2 Si le fil est infini donc: $\alpha_1 = -{}^{\pi}/_{2}$ et $\alpha_2 = {}^{\pi}/_{2}$

$$E_x = \frac{2k\lambda_1}{x} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

$$E_y = 0$$

$$\vec{E}_M = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{\imath}$$

N.B. Le champ électrique créé par un fil infini en un point dans l'espace est perpendiculaire sur le fil et son module ne dépend que de la distribution de charge et la distance orthogonale entre le point et le fil.

II- Champ crée par les deux fils.
En utilisant le principe de superposition :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Avec $\vec{E}_1$ le champ électrique créé par le premier fil et $\vec{E}_2$ le champ électrique créé par le second fil.

$$\vec{E}_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{\imath} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{\imath}$$

$$\vec{E}_1 = -\frac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}\vec{\imath} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}\vec{\imath}$$

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}\right)\vec{\imath}$$

Exercice 3

1. Champ électrique $\vec{E}(M)$ créé en M

Soit $q_p = Q$ la charge ponctuelle, $q_{s1} = -Q$ la charge de la première sphère, $q_{s2} = 2Q$ la charge de la dixième sphère et , $q_{s3} = 3Q$ la charge de la troisième sphère.
Le théorème de Gauss énonce que :

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

En coordonnées sphériques le champ électrostatique s'écrit :

$$\vec{E}(M) = E_r.\vec{e}_r + E_\varphi.\vec{e}_\varphi + E_\theta.\vec{e}_\theta$$

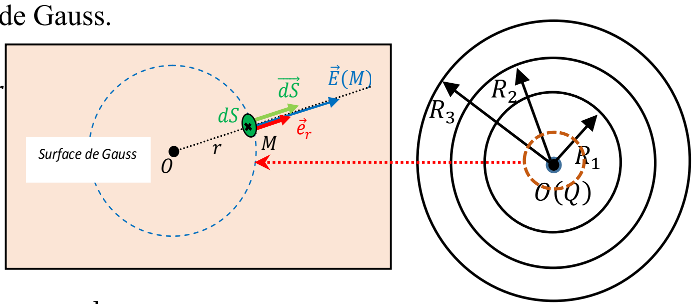
En raison de la symétrie sphérique de la distribution, le champ est radial (Le champ est porté par la droite (OM)) :

$$\vec{E}(M) = E_r.\vec{e}_r$$

On choisit comme surface de Gauss, la surface S d'une sphère imaginaire de centre O et de rayon $r = \|\overrightarrow{OM}\|$.

Considérons une surface élémentaire dS centré en M. Le vecteur $\overrightarrow{dS}$ est perpendiculaire à **la** tangente en M et se dirige vers l'extérieur de la surface de Gauss.

$$\overrightarrow{dS} = dS.\vec{e}_r$$



Le flux du champ à travers la surface de Gauss est donc:

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \oiint E_r.dS = E_r \oiint dS = E_r.4\pi r^2$$

La loi de Gauss nous donne le champ radial :

$$E_r = \frac{q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

La charge à l'intérieur de la surface de Gauss dépend de la position du point M dans l'espace. D'après la distribution de charges, on distingue 4 régions :

Région 1 ($r < R_1$)

$$q_{int} = Q$$

Le champ créé dans cette région est :

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}_1(M) = E_r.\vec{e}_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.\vec{e}_r$$

Région 2 ($R_1 < r < R_2$)

$$q_{int} = q_0 + q_{S_1} = Q - Q = 0$$

On obtient le champ suivant :

$$E_r = 0$$

$$\vec{E}_2(M) = \vec{0}$$

Région 3 ($R_2 < r < R_3$)

$$q_{int} = q_0 + q_{S_1+}q_{S_2} = Q - Q + 2Q = 2Q$$

Le champ sera donné par:

$$E_r = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}_3(M) = E_r.\vec{e}_r = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.\vec{e}_r$$

Région 4 $(r > R_3)$

$$q_{int} = q_0 + q_{S_1} + q_{S_2} + q_{S_3} = Q - Q + 2Q + 3Q = 5Q$$

Le champ sera donné par:

$$E_r = \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E}_4(M) = E_r.\vec{e}_r = \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.\vec{e}_r$$

2. **Calcul du potentiel** **(J'ai fait le calcul de V pour tous les régions en TD faire juste le cas r>R_3)**
   - **région 4 $(r > R_3)$**

En coordonnées sphériques, le potentiel est donné par:

$$V_4(r) = -\int \vec{E}_4.\vec{dl} = -\int E_r dr$$

On obtient:

$$V_4(r) = -\int \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

Apres intégration, nous obtenons :

$$V_4(r) = \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C$$

On a :

$$V_4(+\infty) = 0 + C = 0$$

On trouve :

$$V_4(r) = \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

- **région 3 $(R_2 < r < R_3)$**

$$V_3(r) = -\int \vec{E}_3.\vec{dl} = -\int E_r dr$$

On obtient:

$$V_3(r) = -\int \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

Apres intégration, nous obtenons :

$$V_3(r) = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C$$

La continuité de potentiel $V_3(r = R_3) = V_4(r = R_3)$

$$\frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} + C = \frac{5Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$C = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$V_3(r) = \frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{r} + \frac{3}{R_3}\right)$$

- **région 2 $(R_1 < r < R_2)$**

$$V_2(r) = -\int \vec{E}_2.\vec{dl} = C$$

La continuité de potentiel $V_2(r = R_2) = V_3(r = R_2)$

$$C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3}\right)$$

$$V_2(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3}\right)$$

- **région 1 $(r < R_1)$**

$$V_1(r) = -\int \vec{E}_1.\vec{dl} = -\int E_r dr$$

On obtient:

$$V_3(r) = -\int \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

Apres intégration, nous obtenons :

$$V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C$$

La continuité de potentiel $V_1(r = R_1) = V_2(r = R_1)$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3}\right)$$

$$C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{R_2} + \frac{2}{R_3} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} + \frac{2}{R_2} + \frac{3}{R_3} - \frac{1}{R_1}\right)$$

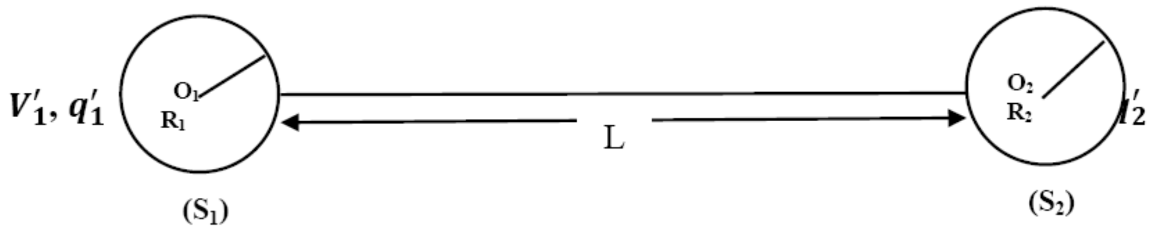
Exercice 04 :

Partie A

I-1 La charge q_1 de $S1$:

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \Rightarrow q_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1 V_1$$

II a La charge portée par chaque sphère :
Après connexion :



Le système est isolé, alors la charge totale se conserve d'où :

$$q_1 = q_1' + q_2' \text{..............................(1)}$$

On va avoir un nouveau état d'équilibre du système $(S1, S2)$ pour lequel la charge totale q_1 se répartie sur les deux sphères $S1$ et $S2$ qui possèdent le même potentiel $V_1' = V_2'$

Le fil est très long donc

$$V_1' = \frac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2'}{4\pi\varepsilon_0 L} \qquad \text{Pour } S1$$

$V_2^{'} = \frac{q_2^{'}}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_1^{'}}{4\pi\varepsilon_0 L}$ Pour $S2$

Mais $L \gg R_1 et R_2$ d'où :

$$V_1^{'} = V_2^{'} \Leftrightarrow \frac{q_1^{'}}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2^{'}}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \Leftrightarrow q_2^{'} = q_1^{'}\frac{R_2}{R_1}..............(2)$$

De (1) et (2) on trouve :

$$q_1^{'} = \frac{q_1 R_1}{R_1 + R_2} \qquad \text{Et} \qquad q_2^{'} = \frac{q_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

II b Le champ électrique aux voisinage de chaque sphère :

$$(S1)...................E_1 = \frac{q_1^{'}}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1 \left(R_1 + R_2\right)}$$

$$(S2)...................E_2 = \frac{q_2^{'}}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2 \left(R_1 + R_2\right)}$$

II c L'énergie du l'ensemble avant et après connexion :

❖ Avant connexion :

$$W_1 = \frac{1}{2}q_1 V_1 = \frac{1}{2}q_1 \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$$

❖ Après connexion :

$$W_2 = \frac{1}{2}q_1^{'}V_1^{'} + \frac{1}{2}q_2^{'}V_2^{'} \qquad \text{Or} \qquad V_1^{'} = V_2^{'}$$

$$W_2 = \frac{1}{2}V_1^{'}\left(q_1^{'} + q_1^{'}\right) = \frac{1}{2}q_1 V_1^{'} = \frac{1}{2}q_1 \frac{q_1^{'}}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{1}{2}\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}\left(\frac{q_1 R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

$$\Rightarrow W_2 = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{4\pi\varepsilon_0\left(R_1 + R_2\right)}$$

Par comparaison, on constate $W_2 \prec W_1$ que l'énergie après connexion a diminué $\Leftrightarrow$ l'énergie qui manque a été dissipée sous forme de chaleur (effet Joule) lors de la connexion.

Partie B

1- la capacité équivalente C_{AB} du circuit:

$C^{'} = C_2 + C_3 = 3 + 10 = 10\mu F$ ($C_2 et C_3$ Sont en parallèles)

$C^{"} = C_5 + C_6 = 5 + 5 = 10\mu F$ ($C_5 et C_6$ Sont en parallèles)

$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C^{'}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C^{"}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$ ($C_1, C^{'}, C_4 et C^{"}$ Sont en série)

$$\Rightarrow C_{AB} = 2\mu F$$

2- la charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalent:

$$Q_{AB} = C_{AB}.V_{AB} = 2.10^{-6}.1000 = 2.10^{-6}C$$

$$Q_{AB} = 2.10^{-6}C$$

3- La charge et la différence de potentiel (d.d.p) de chaque condensateur:

On a : $Q_{AB} = Q_1 = Q^{'} = Q_4 = Q^{"} = 2.10^{-3}C$

$$Q_1 = C_1V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2.10^{-3}}{5.10^{-6}} = 400 \Rightarrow V_1 = 400\,\text{V}$$

$$Q_4 = C_4V_4 \Rightarrow V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{2.10^{-3}}{10.10^{-6}} = 200 \Rightarrow V_1 = 200\,\text{V}$$

$$Q^{'} = C'V^{'} \Rightarrow V^{'} = \frac{Q^{'}}{C^{'}} = \frac{2.10^{-3}}{10.10^{-6}} = 200 \Rightarrow V^{'} = 200\,\text{V} \quad \text{d'où} \quad V^{'} = V_2 = V_3 = 200\,\text{V}$$

$$Q^{"} = C^{"}V^{"} \Rightarrow V^{"} = \frac{Q^{"}}{C^{"}} = \frac{2.10^{-3}}{10.10^{-6}} = 200 \Rightarrow V^{"} = 200\,\text{V} \quad \text{d'où} \quad V^{"} = V_5 = V_6 = 200\,\text{V}$$

On vérifie bien que:

$$V_{AB} = V_1 + V^{'} + V_4 + V^{"} = 400 + 200 + 200 + 200 = 1000\,\text{V}$$