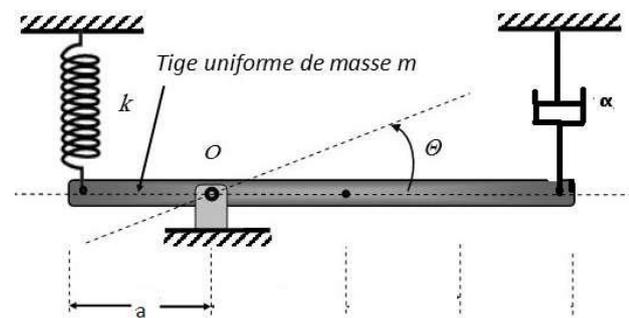


SERIE DE TD N° 03

EXERCICE 01

Une tige rigide et homogène de masse $M = 10 \text{ kg}$ et de longueur $L = 4a$ ($a = 0.25 \text{ m}$) peut pivoter librement dans le plan vertical autour d'un axe passant par O . Ecartée de sa position d'équilibre ($\theta=0$), la tige se met à osciller (Fig. ci-contre).

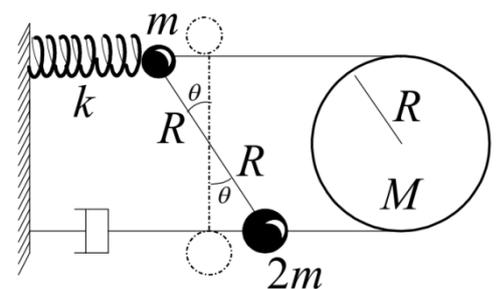


1. Trouver l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.
3. Trouver la fonction de dissipation D .
4. Etablir l'équation de mouvement.
5. On suppose qu'au bout de 4 périodes, l'amplitude initiale de vibration est divisée par dix. Si la période d'oscillations amortis est égale à $0,6 \text{ s}$, calculer la valeur du coefficient de frottement α .
6. De ce qui précède déduire ω_0 ensuite calculer la constante de raideur k du ressort.

EXERCICE 02

Soit le système amorti ci-contre. A l'équilibre la tige était verticale et le ressort au repos, le fil autour du disque est inextensible et non glissant.

1. Trouver l'énergie cinétique, l'énergie potentielle du système ainsi que la fonction de dissipation D .
2. Trouver le lagrangien et déduire l'équation du mouvement.
3. Déduire la pulsation propre et le facteur d'amortissement.
4. Sachant que $m = 2 \text{ Kg}$, $M = 5 \text{ Kg}$, $k = 0.4 \text{ N/m}$, $R = 50 \text{ cm}$, $g = 10 \text{ m/s}$, trouver la valeur maximale que α ne doit pas atteindre pour que le système oscille.
5. Si $\alpha = 20 \text{ Ns/m}$ le système oscille mais son amplitude diminue au cours du temps. Trouver le temps nécessaire pour que l'amplitude diminue à $1/5$ de sa valeur.
6. L'amortisseur précédent est maintenant remplacé par un autre amortisseur de coefficient $\dot{\alpha}$, on remarque alors que l'amplitude diminue de $1/3$ de sa valeur après 24 oscillations complètes. Calculer la valeur de $\dot{\alpha}$.



EXERCICES SUPPLEMENTAIRES

Exercice 1. Soit un système libre amorti dont l'équation différentielle du mouvement est donnée par l'expression : $x(t) = 6e^{-0.3t} \cos(2\pi t + \varphi)$

1. Déterminer la valeur de la pulsation propre.
2. Trouver la valeur de l'amplitude après 6 oscillations (trouver $x(t_0 + 6T_a)$ où $t_0=0$).

Exercice 2. Un fil inextensible et non glissant, relié au point B et enroulé autour d'un disque, supporte une masse $2m$. À l'équilibre la tige était verticale et l'allongement du ressort était x_0 .

1. Trouver l'énergie potentielle U du système en fonction de $\theta \ll 1$. ($\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$, $\sin\theta \approx \theta$)
2. Simplifier U à l'aide de la condition d'équilibre.
3. Trouver l'énergie cinétique T et la fonction de dissipation \mathcal{D} .
4. Trouver le Lagrangien \mathcal{L} puis l'équation du mouvement.
5. Si $m=1\text{kg}$, $k=20\text{N/m}$, $l=1\text{m}$, $g=10\text{m.s}^{-2}$, trouver la valeur que le coefficient α ne doit pas atteindre pour que le système oscille.
6. Pour $\alpha = 22\text{N.s/m}$, trouver la nature du mouvement ainsi que l'équation horaire $\theta(t)$. (Initialement $\theta(0) = 3^\circ$, $\dot{\theta}(0) = 0$.)
7. Pour $\alpha = 2\text{N.s/m}$, trouver le temps τ nécessaire pour que l'amplitude soit divisée par 3.
8. En remplaçant le coefficient α par α' , le système oscille mais l'amplitude diminue au cours du temps: après 20 oscillations complètes l'amplitude diminue à $\frac{1}{4}$ de sa valeur. Trouver α' .

