Université Abderrahmane Mira. Bejaia
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la Formation Initiale SEGC-LMD
Première année
Année universitaire 2022-2023

Chargé du TD : Dr. KANDI Nabil

Corrigé-type de la Série de TD n°01 – (Microéconomie II)

Partie 1 : Questions de cours

1. Les propriétés fondamentales de la fonction de production : P = f (k_o,l) et définition des différentes productivités physiques du facteur travail (L) :

P = f (k_o,l), est une fonction de production de courte période, qui peut être définie comme étant la traduction mathématique de la combinaison d'une quantité d'un facteur fixe (k_o de K) et d'une autre quantité d'un facteur variable (l de L) pour produire un produit quelconque (P).

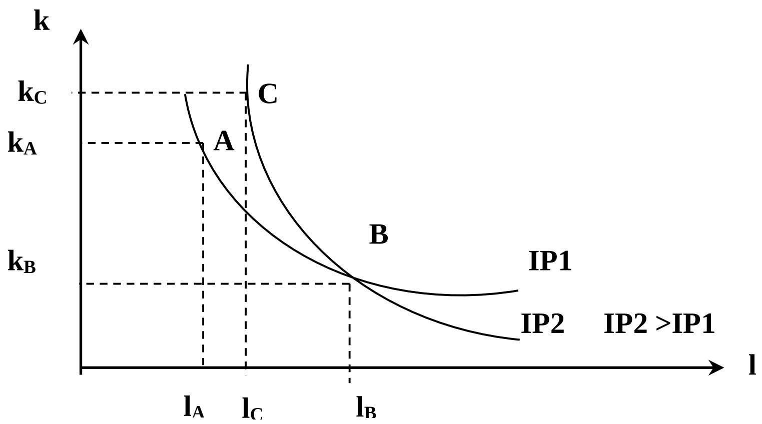
- Les propriétés fondamentales de la fonction de production : P = f (k_o,l)

1/ Elle est supposée continue et dérivable sur son intervalle de définition ;
2/Elle obéit au principe de la productivité marginale décroissante ;
3/ Elle est définie pour une période temporelle, donc elle relève de l'analyse statique.

2. Le principe de la productivité physique marginale décroissante (loi de rendements décroissants) énonce que l'utilisation croissante de la quantité du facteur L ajoutée à une autre quantité du facteur K, entraine la décroissance de la productivité marginale du facteur (L) après le maximum (c'est la phase de la production la plus efficace).

3. Deux isoquants ne se coupent jamais, ceci n'est pas possible, pourquoi ?

Pour démontrer que deux courbes d'iso-produit du même producteur ne se coupent jamais, il suffit de supposer le contraire. Tel qu'il est illustré sur le graphique ci-dessous :



D'après le graphique ci-dessus, la combinaison « B » a deux niveaux de production, or une combinaison ne peut procurer au producteur plus d'un niveau de production. On devrait s'attendre, selon l'hypothèse de la transitivité, à ce que les deux combinaisons « A » et « C » procurent au producteur le même niveau de production, puisque les deux combinaisons « A » et « B » procurent le même niveau (elles se situent sur la même courbe d'iso-produit IP_1) et « B » et « C » procurent le même niveau de production (elles se situent sur la même courbe d'indifférence IP_2). Or IP 2>IP1 et donc A ≠ C (ce qui constitue une contradiction). De ce fait deux courbes d'iso-produit pour le même producteur ne peuvent jamais se couper.

4. La signification économique des rendements d'échelle :

Le rendement signifie la relation entre la variation des quantités produites (output) et les variations de facteurs nécessaires pour les produire (input) :

- Rendement décroissant ou non proportionnel (λ <1) : lorsque la production varie de façon moins importante que la variation simultanée des facteurs de production utilisés.

- Rendement constant (λ =1) : hypothèse peu réaliste, car à partir d'un certain niveau d'utilisation du facteur variable, la productivité marginale ne reste pas constante, mais décroit. Les rendements factoriels ne sont constants que pour une phase limitée.

- Rendements d'échelle croissant (λ >1) : lorsque la production varie de façon plus importante que la variation simultanée des facteurs de production utilisés.

5. On appelle élasticité partielle d'un facteur de production, soit ($\boldsymbol{k}$ ***ou*** $\boldsymbol{l}$) ; la variation relative ou en pourcentage (%) de du volume de production totale sur la variation relative ou en pourcentage (%) de la quantité du facteur utilisée, toute chose égale par ailleurs :

Du facteur " $\boldsymbol{k}$ " : E $\partial P/_k = \dfrac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial K}{k}\right)\%} = \dfrac{\partial P}{\partial k} \cdot \dfrac{k}{p}$. **Du facteur " $\boldsymbol{l}$ " :** E $\partial P/_l = \dfrac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} = \dfrac{\partial P}{\partial l} \cdot \dfrac{l}{P}$

Deuxième partie : Analyse technique du comportement rationnel du producteur : la courte période

Exercice N°1 :

L'expression de la fonction de production (P) en courte période : P = f (K_0,l) = f ($\bar{k}$, l).

1. La productivité horaire moyenne PPM : La productivité horaire (PPM) exprime la quantité la quantité produite en unité de temps, donc elle correspond à la productivité moyenne.

a. Pour l = 2 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{224}{2}$ = 112 Unités / h

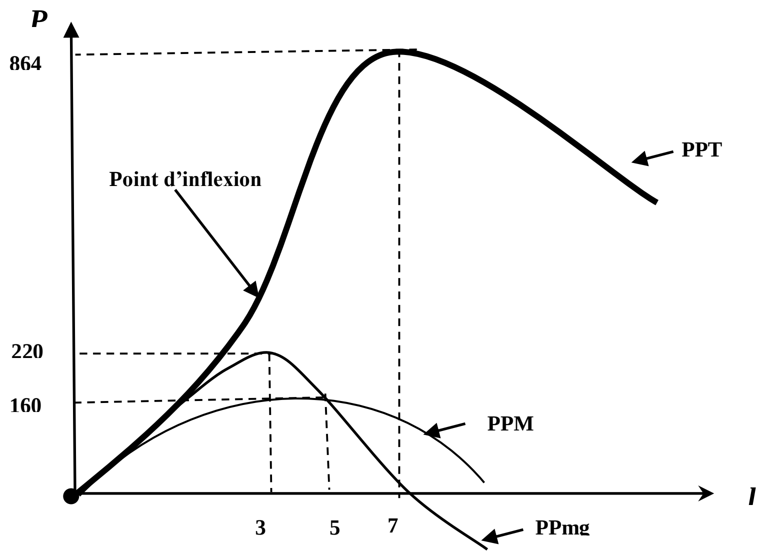
b. Pour l = 5 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{800}{5}$ = 160 Unités / h

c. Pour l = 8 : $PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{784}{8}$ = 98 Unités / h

1. Calculs de productivité physique moyenne et de productivité physique marginale

L	0	1	2	**3**	4	**5**	6	**7**	8
PPT	0	64	224	**444**	640	**800**	864	**864**	784
PPM	-	64	112	**148**	160	**160**	144	**123,42**	98
PPmg	-	64	160	**220**	196	**160**	64	**0**	-80

3. Graphique représentant les productivités physiques : Totale, Moyenne et Marginale



Les principales relations qui existent entre les trois productivités :

a. Quand la productivité physique totale atteint son maximum, la productivité marginale est nulle, ($(\mathbf{PPTl})' = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{PPmg} = \mathbf{0}$).

- Lorsque **(l = 7)**, la productivité physique totale maximale est égale à **864** Unités et la productivité physique marginale est nulle. $\mathbf{PPmg} = \mathbf{0}$.

b. Le point d'inflexion correspond au maximum du produit physique marginal ($(\mathbf{PPTl})'' = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\mathbf{PPmg})' = \mathbf{0}$).

- Lorsque **(l = 3),** la productivité physique marginale est maximale et elle est égale à **220 Unités**.

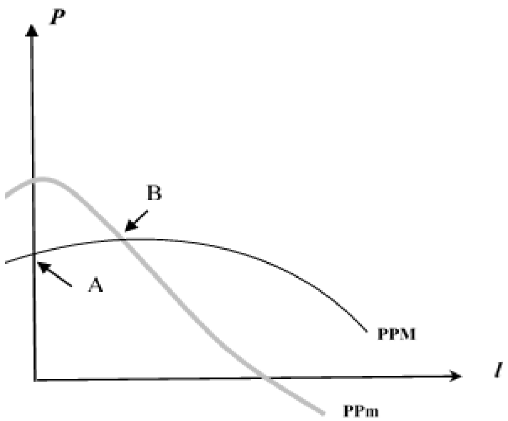
c. Quand le produit physique total décroit, la productivité physique marginale est négative ($\mathbf{PPmg} < \mathbf{0}$) $\Leftrightarrow \frac{\Delta PPT_l}{\Delta l} < \mathbf{0} \Leftrightarrow (P\ est\ décroissante)$.

- Lorsque la quantité de travail passe de **7 à 8**, la productivité diminue de **864 à 784** et la productivité physique marginale est négative **(-80).**

d. La courbe de productivité physique marginale coupe celle de productivité physique moyenne en son maximum.

- Lorsque **l= 5**, la productivité physique marginale égale à la productivité physique moyenne **(PPmg= PPM= 160 unités).**

5. Si la loi des rendements marginaux s'applique, la productivité moyenne est nécessairement décroissante ? Pour répondre à cette question, nous devrions vérifier sur le graphe si cette proposition est juste ou non :



- Le graphe montre clairement que le lorsque la loi des rendements marginaux s'applique (Productivité marginale décroissante), il existe une phase ou la courbe de (PPM) est croissante **(du point A à B),** et juste après qu'elle coupe la courbe de PPmg en point **B**, elle décroit. Donc la productivité physique moyenne n'est pas nécessairement décroissante lorsque la productivité marginale est décroissante. La supposition : Si la loi des rendements marginaux s'applique, la productivité moyenne est nécessairement décroissante est fausse.

Exercice N°2 :

$\mathbf{P_1 = f(k, l) = 50 \cdot k^2 \cdot l^2}$ **et** $\mathbf{P_2 = f(k, l) = 200 \cdot k \cdot l^2 - (k \cdot l)^3}$

1. Les expressions mathématiques de différentes productivités pour la première fonction par rapport aux facteurs de production *k* et *l*

a. Du facteur (l) :

- $\mathbf{PPT}_l = f(k_o, l) = f(l) = \mathbf{50 \cdot k_o^2 \cdot l^2}$.
- $\mathbf{PPM}_l = \frac{PPTl}{l} = \frac{f(k_o,l)}{l} = \frac{50 \cdot k_o^2 \cdot l^2}{l} = \mathbf{50 \cdot k_o^2 \cdot l}$
- $\mathbf{PPmg}_l = \frac{\partial f(k_o,l)}{\partial l} = 50 \cdot 2 \cdot k_o^2 \cdot l = \mathbf{100 \cdot k_o^2 \cdot l}$

b. du facteur K :

- $\mathbf{PPT}_k = f(k, l_o) = f(k) = \mathbf{50 \cdot k^2 \cdot l_o^2}$.
- $\mathbf{PPM}_k = \frac{PPTk}{k} = \frac{f(k, lL_o)}{k} = \frac{50\, k^2\, l_o^2}{k} = \mathbf{50 \cdot k \cdot l_o^2}$.
- $\mathbf{PPmg}_k = \frac{\partial f(k,l_o)}{\partial k} = 50 \cdot 2 \cdot k \cdot l^2 = \mathbf{100\, k \cdot l_o^2}$.

2. La valeur de « L » qui permet d'obtenir une productivité par unité maximale (PPM) lorsque k=1 (Par rapport à la deuxième fonction) :

On peut répondre à cette question par deux méthodes ; on sait que lorsque la productivité physique moyenne **(PPM)** est à son maximum, elle coupe la productivité physique marginale (**$PPmg_k$**).
On a : $P_2 = f(k, l) = 200.\ k.\ l^2 - (k.\ l)^3$, Sachant que k = 1 ⇔ **$P_2 = f(1, l) = 200 .\ l^2 - l^3$**

<u>Première méthode :</u>
PPM_k est maximale ⇔ $(PPM)'_l = 0 \Leftrightarrow (\frac{200\,.\,l^2 - l^3}{l})' = 0 \Leftrightarrow (200\,.\,l - l^2)' = 0 \Leftrightarrow 200 - 2\,.\,l = 0$
$\Leftrightarrow 200 = 2\,.\,l \Leftrightarrow l = \frac{200}{2}$ = 100 Unités ⇔ $\boldsymbol{l}$ **= 100 Unités**

<u>Deuxième méthode :</u>
Lorsque les deux courbes de **PPM_l** et **$PPmg_l$** se coupent, les fonctions des deux courbes sont égales :

On calcule d'abord les valeurs de PPM_l et $PPmg_l$.
PPM_l $= \frac{200\,.\,l^2 - l^3}{l} = \boldsymbol{200\,.\,l - l^2}$
$PPmg_l$ $= (200\,.\,l^2 - l^3)' = 2\,.\,200\,.\,l - 3\,.\,l^2 = \boldsymbol{400\,.\,l - 3\,.\,l^2}$

$PPM_l = PPmg_l$ $\Leftrightarrow 200\,.\,l - l^2 = 400\ l - 3\,.\,l^2 \Leftrightarrow 3\,.\,l^2 - l^2 = 400\ l - 200\,.\,l \Leftrightarrow 2\,.\,l^2 = 200\,.\,l$
$\Leftrightarrow 2\,.\,l = 200 \Leftrightarrow l = \frac{200}{2}$ = 100 Unités ⇔ $\boldsymbol{l}$ **= 100 Unités**

3. La valeur de « L » qui permet d'obtenir une productivité physique totale maximale (PPT) lorsque k=1 (Par rapport à la deuxième fonction) :
On a **$P_2 = f(1, l) = 200 .\ l^2 - l^3$**
PPT est maximale $\Leftrightarrow PPmg = 0 \Leftrightarrow (200.\,l^2 - l^3)' = 0 \Leftrightarrow 2.\,200.\,l - 3.\,l^2 = 0 \Leftrightarrow 400.\,l - 3.\,l^2 = 0 \Leftrightarrow l\,(400 - 3.\,l) = 0$ Sachant que $\boldsymbol{l \neq 0}$ Donc $\boldsymbol{400 - 3\,.\,l = 0} \Leftrightarrow 400 = 3\,.\,l \Leftrightarrow \boldsymbol{l = \frac{400}{3}}$ **Unités**

4. Le volume de « L » qui marque le ralentissement de la production
Le ralentissement de la production signifie le point ou la production commence à croitre à un décroissant. Autrement dit, lorsque la productivité marginale atteint son maximum et commence à décroitre (Point d'inflexion pour la fonction de production).
$(PPT)'' = 0 \Leftrightarrow (200\,.\,l^2 - l^3)'' = 0 \Leftrightarrow (400\,.\,l - 3\,.\,l^2)' = 0 \Leftrightarrow 400 - 6\,.\,l = 0 \Leftrightarrow 400 = 6\,.\,l$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{l = \frac{400}{6}}$ **Unités**

5. Le volume de « L » qui permet d'obtenir une productivité marginale maximale
On remarque que cette question posée en (6) a le même sens avec la question (5) donc : lorsque la productivité marginale atteint son maximum et commence à décroitre (Point d'inflexion pour la fonction de production).

PPmg est maximale $\Leftrightarrow (PPmg)' = 0 \Leftrightarrow (400\,.\,l - 3\,.\,l^2)' = 0 \Leftrightarrow 400 - 6\,.\,l = 0 \Leftrightarrow 400 = 6\,.\,l$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{l = \frac{400}{6}}$ **Unités**

Troisième partie : Analyse technique du comportement rationnel du producteur : la longue période

Exercices 01 : Fonction de production et TMST

$\mathbf{P1} = f(k, l) = k^{0,2}\,.\,l^{0,5}$, $\mathbf{P2} = f(k, l) = 2\ l^{\frac{3}{4}}\,.\,k^{\beta}$ et $\mathbf{P3} = f(k, l) = 2\ l^{\frac{1}{2}}\,.\,k^{\frac{1}{2}}$

1. Le TMST sur la courbe d'isoquant (courbe d'iso- produit) est toujours donné par le rapport des productivités marginales des facteurs $k et\ l$.

$$\textbf{TMST}_{k\to l} = \frac{Pmgk}{Pmgl} \Leftrightarrow \textbf{TMST}_{l\to k} = \frac{1}{TMST\ \mathbf{k}\to \boldsymbol{l}} = \frac{Pmgl}{Pmgk}$$

2. Expression du TMST pour les fonctions (P1) et (P2).

- **Pour P1** $= \boldsymbol{f(k,l) = k^{0,2}.L^{0,5}}$

$$\boldsymbol{TMST}_{k\to l} = \frac{0{,}2\ k^{-0,8}\ .\ l^{0,5}}{0{,}5.\ l^{-0,5}\ .\ k^{0,2}} = \frac{0{,}2.\ l^{0,5}\ .\ l^{0,5}}{0{,}5k^{0,8}\ .k^{0,2}} = \frac{0{,}2.\ l}{0{,}5.\ k} = \frac{\mathbf{2}\ \boldsymbol{l}}{\mathbf{5}\ \boldsymbol{k}},\ \textbf{TMST}_{l\to k} = \frac{1}{TMST\ \mathbf{k}\to \boldsymbol{l}} = \frac{\mathbf{5}\boldsymbol{k}}{\mathbf{2}\boldsymbol{l}}.$$

- **Pour P2** $= \boldsymbol{f(k,l) = 2.\ l^{\frac{3}{4}}.k^{\beta}}$

$$\boldsymbol{TMST}_{k\to l} = \frac{2.\ \beta.\ l^{\frac{3}{4}}.\ k^{\beta-1}}{2.\ \frac{3}{4}.\ l^{-\frac{1}{4}}.\ k^{\beta}} = \frac{4\ \beta.\ l^{\frac{3}{4}}.\ l^{\frac{1}{4}}}{3.\ k^{-\beta+1}.\ k^{\beta}} = \frac{4\ \beta.\ l^{\frac{3}{4}}.\ l^{\frac{1}{4}}}{3.\ k^{-\beta+1+\beta}} = \frac{\mathbf{4}\ \boldsymbol{\beta}.\ \boldsymbol{l}}{\mathbf{3}.\ \boldsymbol{k}},\ \textbf{TMST}_{l\to k} = \frac{1}{TMST\ \mathbf{k}\to \boldsymbol{l}} = \frac{\mathbf{3}\boldsymbol{k}}{\mathbf{4}\ \boldsymbol{\beta}.\ \boldsymbol{l}}.$$

3. La valeur du TMST pour la fonction de production P3 si P3 = 2 et L = 3.

- **Pour P3** $= \boldsymbol{f(k,l) = 2.\ l^{\frac{1}{2}}.k^{\frac{1}{2}}}$

P3 = 2 ⇔ $2.\ l^{\frac{1}{2}}.k^{\frac{1}{2}} = 2$. En mettant cette équation au carré, on obtient : $\left(2.\ l^{\frac{1}{2}}.k^{\frac{1}{2}}\right)^2 = (2)^2 \Leftrightarrow 4.l.k = 4 \Leftrightarrow l.k = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{k = \frac{1}{l}}$, on a constitué une fonction $\boldsymbol{k = f(l)}$. Le TMST égale à la pente d'isoquant (P_3) en ce point, c'est-à-dire : le $\text{TMST}_{l\to k} = \left|-\frac{\partial k}{\partial l}\right| = (\frac{1}{l})' = \frac{1}{\boldsymbol{l^2}}$ et si $l = 3$ ⇔ le $\text{TMST}_{l\to k} = \frac{1}{(3)^2} = \frac{1}{\mathbf{9}}$. $\text{TMST}_{k\to l} = 9$.

Exercice 2 : Rendements dimensionnels et élasticités partielles des facteurs de production

Soit $\boldsymbol{P = f(k,l) = b\ .\ l^{\alpha}\ .\ k^{\beta}}$ une fonction de production d'un producteur rationnel.

1. La nature des rendements d'échelle dans le cas de cette fonction :

- 1^er cas : $\alpha + \beta = 1$, La quantité produite est multipliée par « **a** » c'est-à-dire par le même coefficient que les quantités de facteurs «k et L», dans ce cas, la fonction de production présente des rendements d'échelle constants. Si on applique la définition de la fonction de production homogène, on peut noter : $f\ (ak, al) = b\ (al)^{\alpha}(ak)^{\beta} = a^{\alpha+\beta}\ b\ l^{\alpha}k^{\beta} = a^{(\alpha+\beta)}\ .P = a^1\ .P \Leftrightarrow \boldsymbol{f\ (ak,al) = a^1\ .f\ (k,l)}$

- 2^em cas : $\alpha + \beta < 1$, La quantité produite est multipliée par un coefficient de valeur inférieure à celui multiplie les quantités de facteurs (k et *l*), la fonction de production en question présente des rendements d'échelle décroissants.

- 3^em cas : $\alpha + \beta > 1$, La quantité produite est multipliée par un coefficient de valeur supérieure à celui multiplie les quantités de facteurs (k et *l*), la fonction de production en question présente des rendements d'échelle croissants.

2- Calcul de $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$: On sait que le degré d'homogénéité : $\lambda = \alpha + \beta = 2$ et $E_{P/L} = 0{,}5 = \alpha$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} E_{P/l} = 0{,}5 \\ \lambda = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_{P/l} = 0{,}5 = \alpha \\ \alpha + \beta = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E_{P/l} = 0{,}5 = \alpha \\ 0{,}5 + \beta = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 0{,}5 \\ \beta = 2 - 0{,}5 = 1{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 0{,}5 \\ \beta = 1{,}5 \end{cases}$$

Cette fonction de production s'écrit comme suit : $\boldsymbol{P = f(k,l) = b\ .\ l^{0,5}\ .\ k^{1,5}}$

3. Pourcentage de variation du volume de production lorsque « *l* » augmente de 20% :

$E_{P/l} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\boldsymbol{P}}\right)\% = E_{P/l}.\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%$, Sachant que : $\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%$ est la variation du facteur de production « *l* » qui s'élève à 20% et que $E_{P/l} = 0{,}5$. Donc $\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\boldsymbol{P}}\right)\% = 0{,}5.(20)\%$ = 10% ⇔ $\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\boldsymbol{P}}\right)\% = \mathbf{10\%}$. On constate que lorsque le facteur « L » augmente de 20%, la production augmente de 10%.

4. Pourcentage de variation du volume de production lorsque les deux facteurs *k et l* augmentent de 100%. On peut répondre à cette question en utilisant les rendements d'échelle :

Les deux facteurs de production *«k» et «l»* ont augmentés de 100% ⇔ « *k* » et « *l* » ont doublé.
$f(2k, 2l) = b\,.(2l)^{0,5}.(2k)^{1,5} = b\ 2^{0,5}.l^{0,5}.2^{1,5}.k^{1,5} = 2^{0,5+1,5}.b\ l^{0,5}.k^{1,5} = 2^2.b.l^{0,5}.k^{1,5}$ $= 4.b.l^{0,5}.k^{1,5}$. Donc : $\boldsymbol{f(2k, 2l) = 2^2.f(k, l) = 4.f(k, l) = 4.P}$.

Nous constatons que lorsque les facteurs de production doublent (augmentent à 100%), le volume de production augmente de $\mathbf{2^2}$ ***ou*** $\mathbf{4}$.

Quatrième partie : QCM

1/ <u>*B*</u> **;**
2/ *D* **;**
3/ <u>*B*</u> **;**
4/ <u>*A*</u> **;**
5/ <u>*A ;*</u>
6/ <u>*C ;*</u>
7/ <u>*C*</u> **;**
8/ <u>*D*</u> **;**
9/ <u>*C ;*</u>
10/ <u>*C ;*</u>
11/ <u>*C*</u> **;**

Travail réalisé par KANDI Nabil en collaboration avec MANAA Nabil