Université Abderrahmane Mira de Bejaia - Faculté Technologie
Département d'**A**utomatique, de **T**élécommunications et d'**E**lectronique (ATE)
Niveau: 2ème année Licence Année universitaire: 2022/2023

TP 3. Méthode de Newton-Raphson pour la résolution d'une équation non linéaire

1. But du TP

L'objectif de ce TP est d'implémenter sur Matlab l'algorithme de la méthode de Newton-Raphson pour la résolution numérique d'une équation non linéaire :

$$F(x)=0, x\in[a,b]. (1)$$

2. Rappel du principe de la méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson est l'une des méthodes itératives les plus utilisées pour la résolution des problèmes de type (1). Cette méthode exige une valeur initiale x_0. La disposition d'une telle valeur permet de remplacer l'arc de la courbe représentative de Fpar sa tangente au point x_0.
La suite de Newton-Raphson s'écrit :

$$\begin{cases} x_0 \, donnée \\ x_n=x_{n-1}-\dfrac{F(x_{n-1})}{F'(x_{n-1})}, n=1,2,\ldots \end{cases} (2)$$

Théorème. ***Convergence de la méthode de Newton-Raphson***

Soit F une fonction de classe C^2 sur $[a,b]$, soit $x_0\in[a,b]$. Si les trois conditions suivantes sont satisfaites :

- *Condition 1.* F' **et** F'' **gardent des signes constants sur** $[a,b]$;
- *Condition 2.* $F(a)F(b)<0$**;**
- *Condition 3.* **F(**x_0¿ $F''(x_0)\geq 0$,

alors la suite $x_n=x_{n-1}-\dfrac{F(x_{n-1})}{F'(x_{n-1})}$,, $n=1,2,\ldots$converge vers α (solution unique de l'équation (1)) .

3. Algorithme de la méthode

Données : ε, et$F$.
Initialisation$x_0\in[a,b]$, $k=1$.
Tant que $|x_k-x_{k-1}|>\varepsilon$, **faire**

$$x_{k+1}=x_k-\frac{F(x_k)}{F'(x_k)};$$

$$k=k+1;$$

Fin tant que

4. Travail demandé

Soit à résoudre l'équation suivante :

$$F(x)=x-1+\sin(2x)=0, x\in\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] (3)$$

1) Tracer les graphes des fonctions $F(x)$et$F'(x)$ pour $x\in\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$.

2) A partir des graphes tracés en **1)** déduire si les conditions 1 et 2 de convergence de la méthode de Newton-Raphson sont vérifiées.

3) Tracer les courbes de $F(x)$et$F''(x)$ pour $x\in\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$ sur un même graphe.

4) Déduire à partir de **3)** le domaine admissible de $x_0 \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ pour la satisfaction de la condition 3 pour la convergence de la méthode de Newton-Raphson.

5) Ecrire un script permettant de déterminer la solution de (3) à l'aide de la méthode de Newton-Raphson pour $x_0 = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = 10^{-10}$(prendre 15 chiffres après la virgule).