Département FI(LMD)SECSG **Lundi 23 Mai 2022**

Université De Bejaia

Examen De Mathématiques (II)

1ère Année

Durée 1h30mn

Exercice1(14pts). Considérons le système linéaire suivant :

$$(S)\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 6x + 2y + z = -1 \\ -2x + 2y + z = 7 \end{cases}$$

1. Donner la matrice des coefficients $\boldsymbol{A}$ et la matrice augmentée $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ du système (S).
2. Ecrire le système (S) sous la forme matricielle.
3. Compléter les deux produits matriciels suivants :

$$\blacksquare\ A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 8 & \dots & 4 \\ \dots & 12 & \dots \\ 6 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad \blacksquare\ A^3 = A^2 \times A = \begin{pmatrix} \dots & 28 & \dots \\ 98 & 64 & 43 \\ \dots & 16 & \dots \end{pmatrix}$$

4. Vérifier que : $A^3 - 5A^2 + 2A = 8I_3$.
5. Déduire que A est inversible et calculer son inverse A^{-1}.
6. Résoudre le système (S) par la méthode de la matrice inverse.
7. Le système (S) est-il de Cramer ? justifier.
8. Résoudre le système (S) par la méthode de Cramer.

Exercice2(06pts) Considérons le système linéaire suivant :

$$(S)\begin{cases} x - y + 2t = 0 \\ 2x - 2y - z + 3t = 0 \\ 3x - 3y - z + 5t = 0 \\ 2x - y + 2z + 5t = 0 \end{cases}$$

Résoudre le système (S) par la méthode de Gauss et préciser le nombre de solutions.

N.B. Tous les calculs doivent être justifiés. Un résultat non-justifié ne sera pas noté.