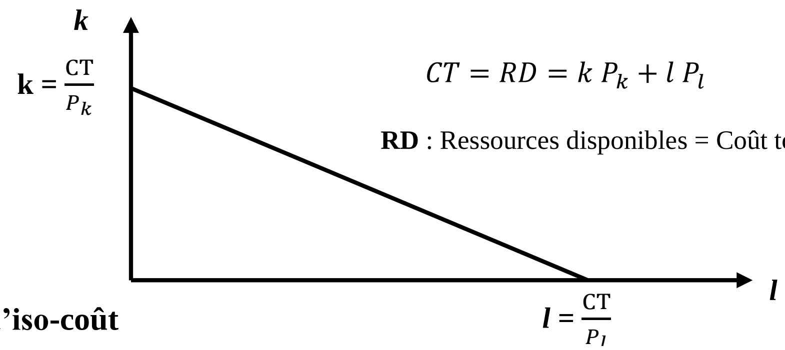
Université Abderrahmane Mira. Bejaia
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département des enseignements de base pour le domaine SEGC.
Première année
Année universitaire 2023-2024

Chargé du TD : Dr. KANDI Nabil

Corrigé-type de la Série de TD n°2 – (Microéconomie II)

Première partie : Questions du cours et de réflexion

1. La droite d'iso-coût peut être définie comme étant la représentation graphique de toutes les combinaisons de facteurs (K et L) qui délimitent les ressources disponibles du producteur (ou qui peuvent être obtenues avec le même coût total (CT).



La droite d'iso-coût

$CT = k\,P_k + l\,P_l \Leftrightarrow k.P_k = CT - l.P_l \Leftrightarrow k = \frac{CT - l\,P_l}{P_k} \Leftrightarrow k = -\frac{P_l}{P_k} l + \frac{CT}{P_k}$, **La pente = tgα =** $-\frac{\boldsymbol{P_l}}{\boldsymbol{P_k}}$

2. Le glissement de la droite budgétaire du producteur à droite signifie la baisse du prix du facteur capital (k) et son glissement à gauche signifie donc l'augmentation du prix du capital, toutes choses égales par ailleurs.

3. Dans l'analyse du comportement du producteur, on distingue deux approches d'analyse :
A- L'approche technique par les fonctions de production, qui s'intéresse à étudier principalement la relation entre le volume de production ($\boldsymbol{P}$) et les quantités de facteurs ($\boldsymbol{k}$ et $\boldsymbol{l}$) nécessaires à la production de (P). [$P = f(k, l)$, PM et Pmg] ;
B- L'approche économique s'intéresse, par contre, à étudier la relation entre les quantités vendues (RT = Pu. P) et les prix des facteurs de production (les coûts CT ou les ressources disponibles, CT = k. P_k + l. P_l).

4. Dans la théorie du comportement du producteur, il y a lieu de distinguer les coûts de courte période et les coûts de longue période. En courte période la capacité de production installée au démarrage de l'activité de l'entreprise ne peut pas changer ; il existe simultanément des coûts fixes et des coûts variables, alors qu'en longue période l'entrepreneur fait varier la taille de son entreprise et de ses équipements, donc, tous les facteurs et tous les coûts sont variables.

Deuxième partie : L'équilibre du producteur et l'équation du sentier d'expansion.

Exercice n°01 :

On a la fonction de production de l'entrepreneur s'écrit comme suit : $\boldsymbol{P = f(k, l) = 6.\,k^{\frac{1}{2}}.\,l^{\frac{2}{3}}}$
Sachant que $\mathbf{P_k}$ **= 06 DA**, $\mathbf{P_l}$ **= 05 DA** et **CT = RD = 1400 DA**. L'équation des coûts est, donc, sous la forme mathématique suivante : $\boldsymbol{CT = RD = 6k + 5l = 1400}$

1. Les quantités de (k, *l*) qui maximisent le volume de production

Il s'agit de vérifier la condition de maximisation $\begin{cases} \boldsymbol{Max\ \ P = f(k,l) = 6.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}} \\ \boldsymbol{S/C\ \ CT = 6k + 5l = 1400} \end{cases}$,

En utilisant la méthode de LAGRANGE : $\boldsymbol{L(k,l,\lambda) = 6.k^{\frac{1}{2}}.2.l^{\frac{2}{3}} + .(1400 - 6k - 5l)}$

$$\begin{cases} L'(k) = 0 \\ L'(l) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6.\frac{1}{2}k^{\frac{1}{2}-1}.l^{\frac{2}{3}} - 6\lambda = 0 \\ 6.\frac{2}{3}.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{1}{3}-1} - 5\lambda = 0 \\ 1400 - 6k - 5l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6.\frac{1}{2}k^{-\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}} - 6\lambda = 0 \\ 6.\frac{2}{3}.k^{\frac{1}{2}}.l^{-\frac{1}{3}} - 5\lambda = 0 \\ 1400 - 6k - 5l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.k^{-\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}} = 6\lambda \\ 4.k^{\frac{1}{2}}.l^{-\frac{1}{3}} = 5\lambda \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{3.k^{-\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}}{6} \\ \lambda = \frac{4.k^{\frac{1}{2}}.l^{-\frac{1}{3}}}{5} \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3.\ l^{\frac{2}{3}}}{6.\ k^{\frac{1}{2}}} \\ \lambda = \frac{4.\ k^{\frac{1}{2}}}{5.\ l^{\frac{1}{3}}} \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{l^{\frac{2}{3}}}{2.\ k^{\frac{1}{2}}} \ldots\ldots\ldots 1 \\ \lambda = \frac{4.\ k^{\frac{1}{2}}}{5.\ l^{\frac{1}{3}}} \ \ldots\ldots\ldots 2 \\ 6k + 5l = 1400 \ldots 3 \end{cases}, (1) = (2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{l^{\frac{2}{3}}}{2.\ k^{\frac{1}{2}}} = \frac{4.\ k^{\frac{1}{2}}}{5.\ l^{\frac{1}{3}}} \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2.4.k^{\frac{1}{2}}.\ k^{\frac{1}{2}} = 5.l^{\frac{2}{3}}.l^{\frac{1}{3}} \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8.k = 5.l \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{8}.\ l \\ 6k + 5l = 1400 \end{cases}$$

, On remplace la valeur de « K » dans la troisième équation :

$$\begin{cases} k = \frac{5}{8}.\ l \\ 6.\frac{5}{8}l + 5.l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{8}.\ l \\ \frac{15}{4}.l + 5.l = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{8}.\ l \\ \frac{15.\ l + 20.\ l}{4} = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} k = \frac{5}{8}.\ l \\ 15.l + 20.\ l = 4.1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{8}.\ l \\ 35\ l = 5600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{8}.160 \\ l = \frac{5600}{35} = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 100\ Unités \\ l = 160\ Unités \end{cases}$$

Les quantités qui minimisent le coût de production sont ***(k, l) = (100, 160)***

- La valeur de la production correspondante à l'équilibre est : P = f $(100, 160)$ = $6.(100)^{\frac{1}{2}}.(160)^{\frac{2}{3}}$ = **1768,33 Unités.**

-La valeur du multiplicateur de LAGRANGE « λ » : On va choisir une quelconque valeur de λ dans les équations précédentes, don on a choisis : $\lambda = \frac{4.\ k^{\frac{1}{2}}}{5.\ l^{\frac{1}{3}}} = \frac{4.\ (100)^{\frac{1}{2}}}{5.\ (160)^{\frac{1}{3}}}$ = 1,47 ⇔ $\boldsymbol{\lambda = 1,47}$

2. Effet de l'augmentation des ressources disponibles de 80DA sur la quantité produite :

Nous savons que : $\lambda = \frac{\Delta P}{\Delta CT} \Leftrightarrow \Delta P = \lambda . \Delta CT = 1,47 . 80 = 117,6.$ On constate que lorsque les ressources disponibles augmentent de 80 DA, le volume de production diminue de $\boldsymbol{\Delta P = 117,4\ Unités}$

3. Le TMST sur l'isoquant (courbe d'iso-produit) est toujours donné par le rapport simple des productivités marginales des facteurs (*k, l*)

On a l'expression du TMST qui s'écrit comme suit : $\boldsymbol{TMST_{k \to l}} = \frac{Pmgk}{Pmgl} \Leftrightarrow \mathrm{TMST}_{k \to l} = \frac{3.\ k.\ l^{\frac{2}{3}}}{4.\ k^{\frac{1}{2}}.\ l^{-\frac{1}{3}}} = \frac{3.\ l^{\frac{2}{3}}.\ l^{\frac{1}{3}}}{4.\ k^{\frac{1}{2}}.\ k^{\frac{1}{2}}} = \frac{3\ l}{4\ k}$. ***(k, l) = (6, 4)*** ⇔ $TMST_{k \to l} = \frac{3.4}{4.6} = = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{TMST_{k \to l} = \frac{1}{2}}$.

On peut donc déduire le $TMST\ l \rightarrow k$ à travers cette relation : $\boldsymbol{TMST}_{l\rightarrow k} = \frac{1}{TMST\ k\rightarrow l} = \frac{1}{\frac{3\ l}{4\ k}} = \frac{4.\ k}{3.\ l}$

(k, l) = (6, 4) $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{TMST}_{l\rightarrow k} = \mathbf{2}$

4. La variation de (ΔL) nécessaire du facteur travail pour pouvoir produire la même quantité tout en diminuant le capital de 04 unités. On applique la règle des trois, d'après le $\boldsymbol{TMST}_{k\rightarrow l}$:

Pour (1) une unité de K	$\longrightarrow$	*On a besoin de $\frac{1}{2}$ unité de l*
Pour (4) quatre unités de K	$\longrightarrow$	*On a besoin de X unités de l*

$\mathbf{X}_{l} = \frac{4\,.\frac{1}{2}}{1}$ **= 2 Unités de *l*.** Pour ce producteur rationnel, il abandonne (4) unités du facteur ***"k"*** pour les substituer de (2) unités du facteur ***"l"***, tout en gardant le même niveau de production.

5. Calcul de la valeur de l'élasticité partielle de production par rapport au facteur *k* :

$$E_{P/k} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial k}{k}\right)\%} = \frac{\partial P}{\partial k}\cdot\frac{k}{P} = 6.\frac{1}{2}k^{-\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}.\frac{k}{6.\,k^{\frac{1}{2}}.2.\ l^{\frac{2}{3}}} = \frac{6.\frac{1}{2}.\ k^{-\frac{1}{2}}.K}{6.\ k^{\frac{1}{2}}} = \frac{k^{-\frac{1}{2}}.\ k}{2.\,k^{\frac{1}{2}}} = \frac{k^{1}}{2.\ k^{\frac{1}{2}}.\ k^{\frac{1}{2}}} = \frac{k^{1}}{2.k^{1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{E_k} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

6. Variation de la production $\left(\frac{\partial P}{P}\right)$% lorsque le facteur de production K augmente de 20% :

$E_{P/k} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial k}{k}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial P}{P}\right)\% = E_{P/k}.\left(\frac{\partial k}{k}\right)\%$, sachant que $.\left(\frac{\partial k}{k}\right)\%$ représente la variation du facteur de production ***k*** qui s'élève à 20%. Donc $\left(\frac{\partial P}{P}\right)\% = E_{P/k}.\left(\frac{\partial k}{k}\right)\% = \frac{1}{2}\ .(20)\% = 10\% \Leftrightarrow \left(\frac{\partial P}{P}\right)\% ==$ 10%. On constate que lorsque le facteur ***k*** augmente de 20%, la production augmente de 10%.

7. Le degré d'homogénéité de la fonction de production et la nature des rendements d'échelle :

On a : $\boldsymbol{P = f(k,l) = 6.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}}$**,** on doit d'abord vérifier l'homogénéité de la fonction :

$\boldsymbol{f(ak,al)} = 6.(a.k)^{\frac{1}{2}}.(a.l)^{\frac{2}{3}} = 6.a^{\frac{1}{2}}.k^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{2}{3}}.l^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{2}{3}}.(6.\ k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}) = a^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}.(6.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}) = a^{\frac{3+4}{6}}.(6.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}) = a^{\frac{7}{6}}.(6.k^{\frac{1}{2}}.l^{\frac{2}{3}}) = a^{\frac{7}{6}}.\ f(k,l) = a^{\frac{7}{6}}.P \Leftrightarrow \boldsymbol{f(ak,al) = a^{\frac{7}{6}}.\ f(k,l)}$

$\boldsymbol{a}^{\lambda} = \boldsymbol{a}^{\frac{7}{6}} \Leftrightarrow$ Cette fonction est homogène de degré $\lambda = \frac{7}{6} / \lambda > 1 \Leftrightarrow$ les rendements d'échelle sont croissants.

Exercice N° 2 :

Un client (***C***) adresse une commande de ***64800*** rames de papier à l'entreprise ***Bêta***, qui les fabrique en utilisant la technique de production ci-après : $\boldsymbol{P = f(k,l) = \frac{2}{5}.k.l^2}$**.** Où « ***k*** » et « ***l*** » représentent les quantités utilisées des facteurs de production capital (***K***) et travail (***L***) aux prix unitaires suivants : $\boldsymbol{P_K}$=$\mathbf{225}\ \boldsymbol{DA}$ et $\boldsymbol{P_L}$=$\mathbf{100}\ \boldsymbol{DA}$.

1. Pour cette situation, la contrainte pour l'entreprise ***Bêta*** est le volume de production **P = 64800 rames de papier,** donc on va procéder à la méthode de minimisation de la fonction des coûts de production sous-contrainte du volume de production demandé.

Il s'agit de vérifier la condition de minimisation $\begin{cases} \boldsymbol{Min\ CT = RD\ = 225k + 100l} \\ \boldsymbol{S/C\ P\ = \frac{2}{5}.k.l^2 = 64800} \end{cases}$, En utilisant la méthode de LAGRANGE : on peut écrire : $\boldsymbol{L(k,l,\lambda) = 225k + 100l + \lambda\ (64800 - \frac{2}{5}.k.l^2\ )}$

$$\begin{cases} L'(k) = 0 \\ L'(l) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 225 - \frac{2}{5}.l^2.\lambda = 0 \\ 100 - \frac{4}{5}.k.l.\lambda = 0 \\ 64800 - \frac{2}{5}.k.l^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1125}{2.l^2} \ldots (1) \\ \lambda = \frac{500}{4.k.l} \ldots (2) \\ \frac{2}{5}.k.l^2 = 64800 \ldots (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1125}{2.l^2} = \frac{500}{4.k.l} \\ \frac{2}{5}.k.l^2 = 64800 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4500.k\ = 1000.l \\ \frac{2}{5}.k.l^2 = 64800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\ = \frac{10}{45}\ l \\ \frac{2}{5}.k.l^2 = 64800 \end{cases}$$

, On remplace la valeur de « K » dans la troisième équation et on obtient :

$$\begin{cases} k\ = \frac{10}{45}\ l \\ \frac{2}{5}.(\frac{10}{45}\ l).l^2 = 64800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\ = \frac{10}{45}\ l \\ \frac{20}{225}\ .l^3 = 64800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\ = \frac{10}{45}\ l \\ l^3 = 729000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\ = \frac{10}{45}.90 \\ l = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 20 \\ l = \frac{100}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\begin{cases} k = 20\ Unités \\ l = 90\ Unités \end{cases}$, Les quantités qui minimisent le coût de production de cette commande sont $(\boldsymbol{k}^*,\ \boldsymbol{l}^*) = (\mathbf{20}, \mathbf{90})$

2. Effet de l'augmentation des ressources disponibles de 20% sur la quantité produite :

Le calcul du coût total minimal (les ressources disponibles) :

$CT\ =\ RD\ =\ 225k +\ 100l$, on remplace les valeurs de K et L dans cette équation et on aura :

$CT\ =\ RD\ = 225.(\ 20) +\ 100.(90)\ = 4500 + 9000 = 13500\ DA$, $\boldsymbol{CT\ =\ RD}\ = 13\mathbf{500}\ \boldsymbol{DA}$

Calculant $(\Delta \boldsymbol{RD})$: $\Delta RD = RD.(20\%) = 13500.\frac{20}{100} = 2700\ DA\ \Leftrightarrow \Delta \boldsymbol{RD} = \mathbf{2700}\ \boldsymbol{DA}$

On calcule la valeur de $(\boldsymbol{\lambda})$ à l'équilibre : $\lambda = \frac{1125}{2.(90)^2} = \frac{500}{4.(20).(90)} = \mathbf{0,07}$ **rames de papier /DA**

Nous savons que : $\lambda = \frac{\Delta P}{\Delta CT} \Leftrightarrow \Delta P =\ \lambda\ .\Delta RD = 0{,}07\ .2700 = 189\ Unités\ produites$. On constate que lorsque les ressources disponibles augmentent de 20% (+2700 DA), le volume de production augmente de $\Delta \boldsymbol{P} = \mathbf{189}$ **rames de papier.**

3. Le calcul du TMST

On a l'expression du TMST qui s'écrit comme suit : $\boldsymbol{TMST}_{\boldsymbol{k}\rightarrow \boldsymbol{l}} = \frac{Pmgk}{Pmgl} \Leftrightarrow \text{TMST}_{\boldsymbol{k}\rightarrow \boldsymbol{l}} = \frac{\frac{2}{5}.\ l^2}{\frac{4}{5}.\ k\ \ l} = \frac{2.\ 5.\ l}{5.\ 4.\ k} = \frac{l}{2.k}$. ***(k, l) = (20, 90)*** $\Leftrightarrow$ $TMST_{k\rightarrow l} = \frac{90}{2.\ 20} = = \frac{90}{40} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \boldsymbol{TMST}_{\boldsymbol{k}\rightarrow \boldsymbol{l}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}$.

La variation de (Δk) nécessaire pour pouvoir produire la même quantité tout en diminuant le travail de 5% de la quantité d'équilibre.

On sait que $l = 90$ et que (l) diminue de 5% $\Leftrightarrow \Delta l = -90.\frac{5}{100} = -4{,}5$ unités.

On applique la règle des trois, d'après le $\boldsymbol{TMST}_{\boldsymbol{k}\rightarrow \boldsymbol{l}}$:

Pour (1) une unité de +K	$\longrightarrow$	*On a besoin de* $(-\frac{9}{4})$ *unité de l*
Pour (4) quatre unités de ΔK	$\longrightarrow$	*On a besoin de* $(-4{,}5)$ *unités de l*

$\Delta K = \frac{\mathbf{-4{,}5.\ (1)}}{-\frac{9}{4}}$ **= 2 Unités de *k*.** Pour ce producteur rationnel, il abandonne (4,5) unités du facteur **"*l*"** pour les substituer de (2) unités du facteur **"*k*"**, tout en gardant le même niveau de production. La combinaison optimale dans ce cas est : $(\boldsymbol{k'^*}, \boldsymbol{l'^*}) = (\mathbf{22{,}85}, \mathbf{5})$.

4. La variation correspondante de quantité du facteur (l) pour augmenter la production de rames de papier de 10% de (*Δl)* nécessaire de la quantité du facteur travail pour produire 12% de plus

On a $\boldsymbol{E}\, P/_{l} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} = \frac{\partial P}{\partial l} \cdot \frac{l}{P} = \frac{4k.\ l}{5} \cdot \frac{\boldsymbol{l}}{\frac{2}{5}.\ \boldsymbol{k}.\ \boldsymbol{l^2}} = \frac{4k.\ l}{5} \cdot \frac{\mathbf{5}.\ \boldsymbol{l}}{\mathbf{2}.\ \boldsymbol{k}.\ \boldsymbol{l^2}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{2}} = \mathbf{2}$

Donc, on dispose de $\boldsymbol{E}\, P/_{\boldsymbol{l}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$ et de $\left(\frac{\boldsymbol{\partial P}}{\boldsymbol{P}}\right)\% = +\mathbf{10}\%$.

Il reste à calculer $\left(\frac{\boldsymbol{\partial l}}{\boldsymbol{l}}\right)\%$ **:** $\boldsymbol{E}\, P/_{l} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial l}{l}\right)\% = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{E\, P/_{l}} = \frac{10\%}{2} = 5\% \Leftrightarrow \left(\frac{\boldsymbol{\partial l}}{\boldsymbol{l}}\right)\% = \mathbf{5}\%$

La variation correspondante de quantité du facteur (l) pour augmenter la production de rames de papier de 10% est de $\left(\frac{\boldsymbol{\partial l}}{\boldsymbol{l}}\right)\% = \mathbf{5}\%$ (6480 rames de papier) **(toutes choses égales par ailleurs).**

5. Pourcentage de variation du volume de production lorsque les deux facteurs *k et l* doublent simultanément.

On peut répondre à cette question en utilisant les rendements d'échelle :

$f(2k, 2l) = \mathbf{2}.(\mathbf{2}\boldsymbol{k}).(\mathbf{2}\boldsymbol{l})^{\mathbf{2}} = \mathbf{2}.\mathbf{2}.\boldsymbol{k}.\mathbf{2}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{l}^{\mathbf{2}} = (\mathbf{2}.\mathbf{2}^{\mathbf{2}})\ \mathbf{2}.\boldsymbol{k}.\boldsymbol{l}^{\mathbf{2}} = \mathbf{2}^{\mathbf{3}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{l}) = \mathbf{8}\boldsymbol{P}$.

Donc : $\boldsymbol{f}(\mathbf{2}\boldsymbol{k}, \mathbf{2}\boldsymbol{l}) = \boldsymbol{a}^{\mathbf{3}}\ \boldsymbol{P}$. Nous constatons que lorsque les facteurs de production doublent simultanément, le volume de production augmente de $\mathbf{8}$.

6. La nature des rendements d'échelle

Les rendements d'échelle sont croissants puisque **:** $\boldsymbol{a}^{\lambda} = \boldsymbol{a}^{\mathbf{3}} \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{3}/\boldsymbol{\lambda} > \mathbf{1}$.

Exercice 3 :

Une entreprise vend un produit dont la fonction de production est : $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{l}) = \mathbf{8}.\boldsymbol{k}.\boldsymbol{l}$. Où « ***k*** » et « ***l*** » représentent le nombre d'unités utilisées en énergie et le nombre d'heures travaillées respectivement aux prix unitaires suivants : $\boldsymbol{P_K}$=5 $\boldsymbol{DA}$ et $\boldsymbol{P_L}$=$\mathbf{15}$ $\boldsymbol{DA}$.

L'expression de la courbe du sentier d'expansion (ou courbe d'échelle):

L'équation de la courbe du sentier d'expansion représente l'ensemble des points représentatifs des combinaisons optimales des deux facteurs de production $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{l})$, lorsque les prix de ces deux facteurs de production restent constants et que les ressources disponibles du producteur varient. La particularité pour cette courbe du sentier d'expansion est une droite passant par l'origine des axes et dispose d'une pente positive.

A l'équilibre, on a : $\frac{Pmg_k}{Pmg_l} = \frac{P_k}{P_l} \Leftrightarrow \frac{8l}{8k} = \frac{5}{15} \Leftrightarrow 5k = 15l \Leftrightarrow \boldsymbol{k} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{5}}.\boldsymbol{l} \Leftrightarrow \boldsymbol{k} = \mathbf{3}\ \boldsymbol{l}$ **(*k*** en fonction de ***l*****) ou autrement** $\boldsymbol{l} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{k}$ **(*l*** en fonction de ***k*****).**

Troisième partie : Les fonctions de coûts de production.

Exercice 1 : Une imprimerie possède deux machines différentes susceptibles d'effectuer les mêmes types de tâches. La première a une capacité maximale de **2 000** tirages ; quand on l'utilise, le coût moyen est de **05 DA** et est indépendant des quantités tirées. La deuxième a une capacité maximale de **3 000** tirages avec un coût moyen de **08 DA** lui aussi indépendant des quantités tirées.

	2000 tirages	**3000 tirages**	**Plus de 3000 tirages**
Imprimante 1 (coût par copie : 5 DA)	2000	2000	2000
Imprimante 2 (coût par copie : 8 DA)	-	1000	Le reste
Total des tirages	**2000**	**3000**	**Somme des tirages**

1. Pour 2 000 exemplaires tirés, il faut utiliser uniquement l'imprimante n°1 car son coût par copie est le plus faible. Pour 3 000 copies, il faut utiliser l'imprimante n° 1 pour 2 000 exemplaires, et l'imprimante n° 2 pour les 1 000 autres.

2. Soit « *x* » le nombre de copies.

Le coût total :

$CTx = 5.\ x$: Si $x \leq 2000$

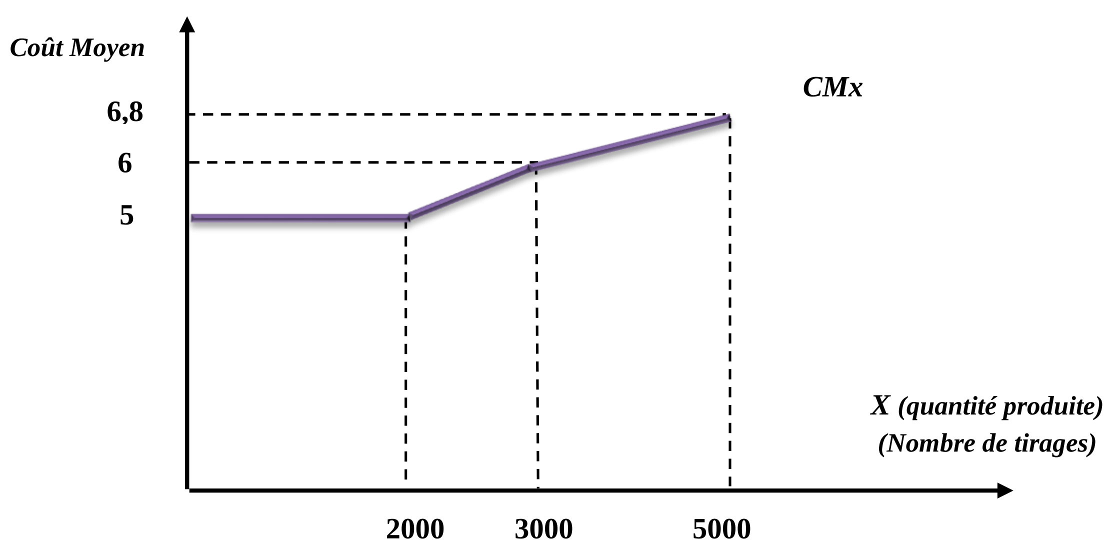
$CTx = 5.\ (2000) + 8.(x - 2000)$: Si $2000 \leq x \leq 5000$

Le coût moyen :

$CMx = \frac{CTx}{x} = 5.\frac{x}{x} = 5.$: Si $x \leq 2000$

$CMx = \frac{CTx}{x} = \frac{5(2000)+8\,(x-2000)}{x} = \frac{10000+8x-16000}{x} = \frac{8x-6000}{x} = \mathbf{8} - \frac{\mathbf{6000}}{\boldsymbol{x}}$: Si $2000 \leq x \leq 5000$

Représentation graphique du coût moyen CM(*x*)



Exercice 2 :

Soit une entreprise avec un seul produit « $\boldsymbol{Y}$ » et deux facteurs de production, le travail « $\boldsymbol{l}$ » et le capital « $\boldsymbol{k}$ ». Le prix d'une unité de travail est supposé égal à « $\boldsymbol{P_l = 1}$ DA », celui d'une unité de capital à « $\boldsymbol{P_k = 10}$ DA ».
Pour « $\boldsymbol{k = 1}$ », le travail permet de produire : « $\boldsymbol{Y = 0,5\, l}$ »
Pour « $\boldsymbol{k = 2}$ », le travail L permet de produire : « $\boldsymbol{Y = l}$

Lorsque le capital "$\boldsymbol{k}$" est supposé constant (fixe), la fonction de production est une fonction du facteur travail"$\boldsymbol{l}$". D'autre part, il existe deux types de coûts de production : un coût de production fixe "$\boldsymbol{CF}$" lié au capital fixe et un coût de production variable "$\boldsymbol{CV}$" lié au facteur travail. Pour produire une quantité "$\boldsymbol{Y}$" donnée, le producteur est censé être rationnel en réduisant les coûts de sa production de sorte que :

1. Si "$\boldsymbol{k = 1}$"

La production de "$\boldsymbol{Y}$" nécessite d'utiliser : $\boldsymbol{l1 = 2Y}$ et le coût total "$CT1_{(y)} = P_k.k + P_l.l1$ $\Leftrightarrow CT1_{(y)} = 10.(1) + 1.(2Y) \Leftrightarrow \boldsymbol{CT1_{(y)} = 2Y + 10}$.

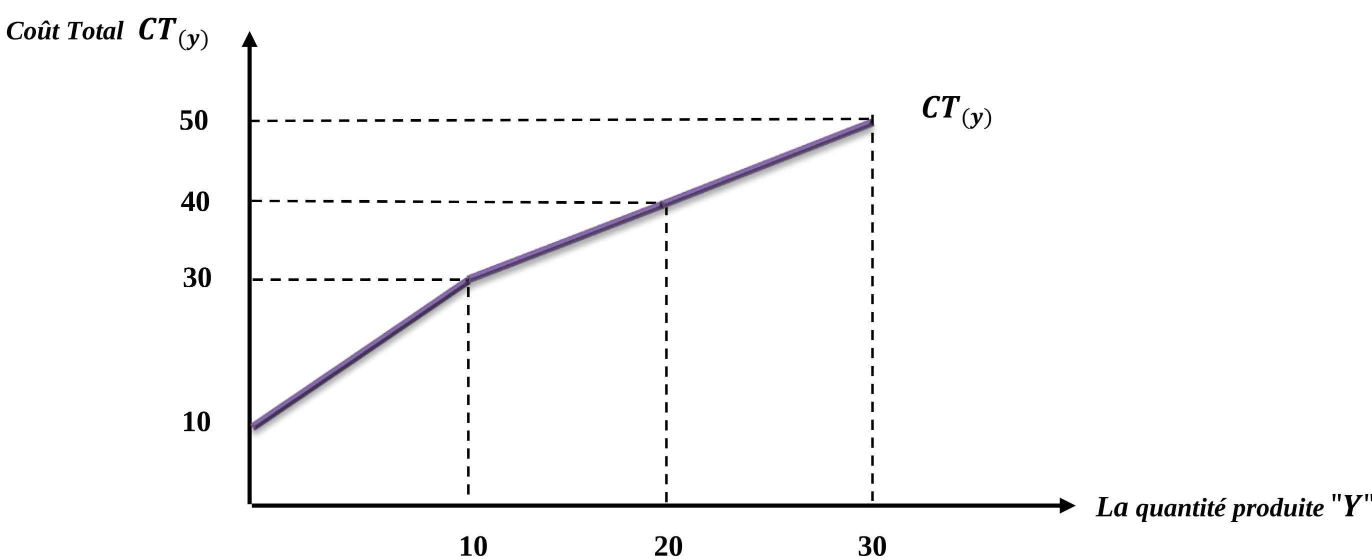
1. Si "$\boldsymbol{k = 2}$"

La production de "$\boldsymbol{Y}$" nécessite d'utiliser : $\boldsymbol{l2 = Y}$ et le coût total "$CT2_{(y)} = P_k.k + P_l.l2$ $\Leftrightarrow CT2_{(y)} = 10.(2) + 1.(Y) \Leftrightarrow \boldsymbol{CT2_{(y)} = Y + 20}$.

Il faut déterminer, en fonction de "$\boldsymbol{Y}$", combien de quantités de capital il faut utiliser pour minimiser les coûts. On peut facilement montrer que : $CT1_{(y)} < CT2_{(y)}$ lorsque $Y < 10$. Par conséquent :

$$CT_{(y)} = \begin{cases} 2Y + 10 : Si\ Y < 10 \\ Y + 20 : Si\ Y > 10 \\ CT1_{(y)} = CT2_{(y)} : Si\ Y = 10 \end{cases}.$$

La représentation graphique du coût Total $\boldsymbol{CT_{(y)}}$



Exercice 3 : Une usine « S » produit un produit « P » dont la fonction du coût total (CT) est donnée par l'équation mathématique suivante : $\mathbf{CT(p)} = P^3 - 12.P^2 + 72.P$

1- Expression du coût marginal en fonction de P

$$\mathbf{Cmg = \frac{\partial CT}{\partial P} = 3.P^2 - 24.P + 72.}$$

2. Les variations du coût marginal sur [0 ; 8]

Il faut dériver Cmg (p) et étudier le signe de $[\frac{\mathrm{d\ Cmg\ (P)}}{\mathrm{dP}}]$ ou utiliser les résultats concernant les polynômes du second degré. $\boldsymbol{\frac{d\ Cmg\ (P)}{dP} = 6P - 24 = 6(P-4)}$ **.**

$\boldsymbol{P}$	**0**		**4**		**8**
$\mathbf{(Cmg)'}(\boldsymbol{p})$		**-**	**0**	**+**	
$\mathbf{Cmg(p)}$	**72**	↘	**24**	↗	**72**

3- La quantité de *P* ou le coût marginal est minimal

On a $\mathbf{Cmg} = \mathbf{\frac{\partial CT}{\partial P}} = 3.P^2 - 24.P + 72$

$(\mathbf{Cmg})' = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{\partial Cmg}{\partial P}} = 0 \Leftrightarrow 6.P - 24 = 0 \Leftrightarrow 6.P = 24 \Leftrightarrow P = \frac{24}{6} = 4.\ (\mathbf{Cmg})' = \mathbf{0} \Leftrightarrow \boldsymbol{P = 4}$

4. Expression du coût moyen en fonction de P.

$$\boldsymbol{CM = \frac{CT}{P}} = \frac{P^3 - 12.P^2 + 72.P}{P} = P^2 - 12.P + 72 \Leftrightarrow \boldsymbol{CM = P^2 - 12.P + 72}$$

5. Les variations du coût moyen sur [0 ; 8] :

Il faut dériver CM (P) et étudier le signe de $[\frac{\mathrm{d\ CM\ (P)}}{\mathrm{dP}}]$

$$\frac{\mathrm{d\ CM\ (P)}}{\mathrm{dP}} = \frac{\mathrm{d(P^2 - 12P + 72)}}{\mathrm{dP}} = 2\mathrm{P} - 12 = 2(\mathrm{P} - 6).$$

$\boldsymbol{P}$	**0**		**6**		**8**
$\mathbf{(CM)'}(\boldsymbol{p})$		**-**	**0**	**+**	
$\mathbf{CM(p)}$	**72**	↘	**36**	↗	**40**

6. Le volume de production qui minimise le coût moyen en utilisant deux méthodes

Première méthode :

Pour déterminer le volume de production qui minimise le coût moyen, on calcule la première dérivée du coût moyen et cette dérivée doit être égale à zéro :

$(\mathbf{CM})' = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{\partial CM}{\partial P}} = 0 \Leftrightarrow 2.P - 12 = 0 \Leftrightarrow 2.P = 12 \Leftrightarrow P = \frac{12}{2} = 6.\ (\mathbf{CM})' = \mathbf{0} \Leftrightarrow \boldsymbol{P = 6}$

Deuxième méthode :

La courbe du coût marginal coupe la courbe du coût moyen en son point minimal ⇔

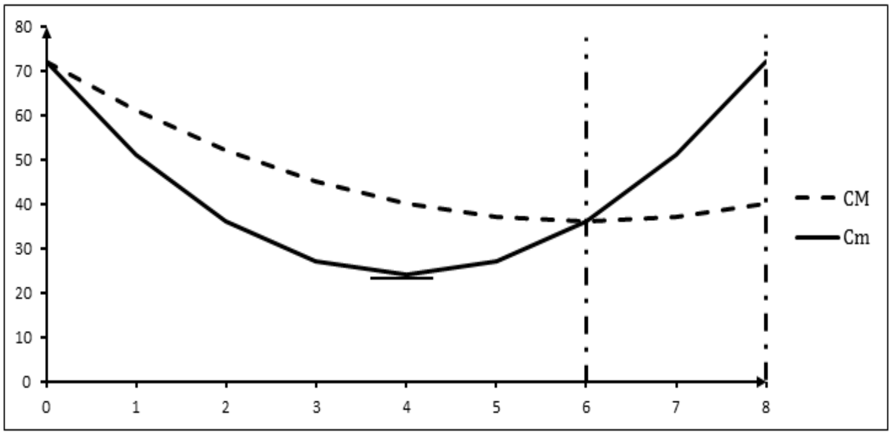
$CM = Cmg \Leftrightarrow P^2 - 12P + 72 = 3P^2 - 24P + 72 \Leftrightarrow 3P^2 - P^2 - 24P + 12P + 72 - 72 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2P^2 - 12P = 0 \Leftrightarrow P(2P - 12) = 0 \Leftrightarrow 2P - 12 = 0 \Leftrightarrow 2P = 12 \Leftrightarrow P = \frac{12}{2} = 6. \Leftrightarrow \boldsymbol{P = 6}$

7. L'optimum de production

On obtient le maximum de production lorsque le coût moyen est à son minimum. L'optimum de production correspond à : $\mathbf{P = 6}$ **unités.**

8. La représentation graphique des courbes représentatives du coût marginal et du coût moyen



Le coût marginal est supérieur au coût moyen pour : $6 < P \leq 8$.

Quatrième partie : QCM d'évaluation des connaissances

1/ *B*	**2/** *D*	**3/** *A et B*	**4/** *A et B*	**5/** *D*	**6/** *C*
7/ *D*	**8/** *A et C*	**9/** *C*	**10/** *C et D*	**11/** *Faux*	

Questions de cours supplémentaires

1. La caractéristique principale des fonctions de production homogènes de degré λ [FPHλ] est lorsque le producteur accroît de façon proportionnelle et simultanée les quantités de facteurs ($\boldsymbol{k}$ et $\boldsymbol{l}$) ; il obtient un accroissement proportionnel du volume de production. C'est-à-dire : ∀ (a) $\in \mathcal{R}^+$-{0}, on a toujours :$f(ak, al)$=$a^{\lambda} f(k, l) = a^{\lambda} P$. Le paramètre λ signifie le degré d'homogénéité de $P = f(k, l)$.

Exercices supplémentaires

Exercice 3 : Soit la fonction de production : $\boldsymbol{P = f(k, l) = \frac{3}{4}. k^{\frac{3}{4}}. l^{\frac{2}{5}}}$**.** L'équation de ses coûts est sous la forme mathématique suivante : $\boldsymbol{CT = RD = 15k + 20l}$

Partie I :

1. Expression du $TMST_{l \to k}$ et calculez la valeur du $TMST_{k \to l}$ au point *(k, l)* = (3, 4).

$\boldsymbol{TMST_{l \to k}} = \frac{Pmgl}{Pmgk} = \frac{\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.k^{\frac{3}{4}}.l^{-\frac{3}{5}}}{\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.k^{-\frac{1}{4}}.l^{\frac{2}{5}}} = \frac{2.\ 4.\ k^{\frac{3}{4}}.k^{\frac{1}{4}}}{5.\ 3.\ l^{\frac{3}{5}}.l^{\frac{2}{5}}} = \frac{8.\ k^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}}{15.\ l^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}}} = \frac{8.\ k}{15.\ l}$. $\boldsymbol{TMST_{l \to k} = \frac{8.\ k}{15.\ l}}$

$\boldsymbol{TMST_{k \to l}} = \frac{1}{\boldsymbol{TMST l \to k}} = \frac{15.\ l}{8.\ k}$. Au point ***(k, l)* = (3, 4),** $\boldsymbol{TMST_{k \to l}} = \frac{15.\ 4}{8.\ 3} = \frac{60}{24} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{TMST_{k \to l} = \frac{5}{2}}$

2. Les valeurs des élasticités de la production par rapport aux facteurs *k* et *l*

$\mathbf{E}\ \boldsymbol{\partial P/_k} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial k}{k}\right)\%} = \frac{\partial P}{\partial k}.\frac{k}{P} = \frac{\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\ k^{-\frac{1}{4}}.\ l^{\frac{2}{5}}.\ k}{\frac{3}{4}.\ k^{\frac{3}{4}}.\ l^{\frac{2}{5}}} = \frac{3.\ k^{-\frac{1}{4}}.\ k}{4.\ k^{\frac{3}{4}}} = \frac{3.\ k}{4.\ k^{\frac{3}{4}}.\ k^{\frac{1}{4}}} = \frac{3.\ k}{4.\ k^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}}} = \frac{3.\ k}{4.\ k} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \boldsymbol{E\ \partial P/_k = \frac{3}{4}}$

$$\boldsymbol{E\ \partial P/_{l}} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} = \frac{\partial P}{\partial l}.\frac{l}{P} = \frac{\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.k^{\frac{3}{4}}.l^{-\frac{3}{5}}.\ l}{\frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}}} = \frac{2.\ l^{-\frac{3}{5}}.\ l}{5.\ l^{\frac{2}{5}}} = \frac{2.\ l}{5.\ l^{\frac{2}{5}}.\ l^{\frac{3}{5}}} = \frac{2.\ l}{5.\ l^{\frac{2}{5}+\frac{3}{5}}} = \frac{2.\ l}{5.\ l} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \boldsymbol{E\ \partial P/_{l} = \frac{2}{5}}$$

3. P est-elle une fonction de production homogène ? Quelle est la nature de ses rendements d'échelle ?

On a $P = f(k,l) = \frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}}$, P est homogène $\Leftrightarrow f(ak,al) = a^{\lambda} f(k,l)$

$f(ak,al) = \frac{3}{4}(ak)^{\frac{3}{4}}(al)^{\frac{2}{5}} = \frac{3}{4}a^{\frac{3}{4}}k^{\frac{3}{4}}a^{\frac{2}{5}}l^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{3}{4}}a^{\frac{2}{5}}\frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}}.\ \frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{3.\ 5+2.\ 4}{4.\ 5}}\frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{15+8}{20}}\frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{23}{20}}\frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}} = a^{\frac{23}{20}}f(k,l) \Leftrightarrow \boldsymbol{f(ak,al) = a^{\frac{23}{20}}f(k,l) = a^{1,15}f(k,l)} \Leftrightarrow \boldsymbol{f(k,l)}$ est une fonction de production homogène de degré (λ).

Son degré d'homogénéité : On a $a^{\lambda} = \boldsymbol{a^{1,15}} \Leftrightarrow \lambda = 1,15 \Leftrightarrow \lambda > 1 \Leftrightarrow$ Les rendements d'échelle de cette fonction de production sont croissants.

4. La variation de (*Δl)* nécessaire de la quantité du facteur travail pour produire 12% de plus

On a $\boldsymbol{E\ \partial P/_{l}} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} \Leftrightarrow$ donc, on dispose de $\boldsymbol{E\ \partial P/_{l} = \frac{2}{5}}$ **et de** $\boldsymbol{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\% = 12\%}$**. Il reste à calculer** $\boldsymbol{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%}$**.** $\boldsymbol{E\ \partial P/_{l}} = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{\left(\frac{\partial l}{l}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial l}{l}\right)\% = \frac{\left(\frac{\partial P}{P}\right)\%}{E\ \partial P/_{l}} = \frac{12\%}{\frac{2}{5}} = \frac{5.\ 12\%}{2} = 30\% \Leftrightarrow \left(\frac{\partial l}{l}\right)\% = \mathbf{30}\%$

4. variation du volume de production lorsque les deux facteurs *k et l* triplent simultanément :

D'après le calcul que nous avons effectué à la question (3), nous savons, à priori, que $\boldsymbol{f(ak,al) = a^{1,15}f(k,l)}$**.** Ici dans ce cas, $\boldsymbol{a = 3} \Leftrightarrow f(3k,3l) = 3^{1,15}f(k,l) = 3,537.f(k,l) = 3,537.P \Leftrightarrow \boldsymbol{f(3k,3l) = 3,537.f(k,l)}$**.** La multiplication simultanée par 3 des quantités de facteurs *(k) et (l)* occasionne la multiplication du volume de production par 3,537.

Partie II

1. **Les quantités de facteurs (K et L) qui maximisent le volume de production**

Il s'agit de vérifier la condition de maximisation $\begin{cases} \boldsymbol{Max\ \ P = f(k,l) = \frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}}} \\ \boldsymbol{S/C\ \ CT\ = 15k + 20l = 1380} \end{cases}$,

En utilisant la méthode de LAGRANGE : $\boldsymbol{L(k,l,\lambda) = \frac{3}{4}.k^{\frac{3}{4}}.l^{\frac{2}{5}}} + \lambda\,\boldsymbol{(1380 - 15k - 20l)}$

$$\begin{cases} L'(k) = 0 \\ L'(l) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\ k^{-\frac{1}{4}}.\ l^{\frac{2}{5}} - 15\lambda = 0 \\ \frac{3}{4}.\ \frac{2}{5}.\ k^{\frac{3}{4}}.\ l^{-\frac{3}{5}} - 20\lambda = 0 \\ 1380 - 15k - 20l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9.\ l^{\frac{2}{5}}}{16.\ k^{\frac{1}{4}}} = 15\lambda \\ \frac{6.\ k^{\frac{3}{4}}}{20.\ l^{\frac{3}{5}}} = 20\lambda \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{9.\ l^{\frac{2}{5}}}{15.\ 16.\ k^{\frac{1}{4}}} \\ \lambda = \frac{6.\ k^{\frac{3}{4}}}{20.\ 20.\ l^{\frac{3}{5}}} \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3.\ l^{\frac{2}{5}}}{80\ k^{\frac{1}{4}}} \ldots.(1) \\ \lambda = \frac{3.\ k^{\frac{3}{4}}}{200.\ l^{\frac{3}{5}}} \ldots.(2) \\ 15k + 20l = 1380 \ldots(3) \end{cases} ,(1) = (2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3.\ l^{\frac{2}{5}}}{80.k^{\frac{1}{4}}} = \frac{3.\ k^{\frac{3}{4}}}{200.\ l^{\frac{3}{5}}} \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 80.k^{\frac{1}{4}}.\ k^{\frac{3}{4}} = l^{\frac{2}{5}}.\ 200.\ l^{\frac{3}{5}} \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 80.k^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = 200.\ l^{\frac{3}{5}+\frac{2}{5}} \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8.k = 20.\ l \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{20}{8}.\ l = \frac{5}{2}.\ l \\ 15k + 20l = 1380 \end{cases}$$

, On remplace la valeur de « k » dans la troisième équation :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{2}.\ l \\ 15(\frac{5}{2}.\ l) + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{2}.\ l \\ \frac{75}{2}.\ l + 20l = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{2}.\ l \\ \frac{75.\ l + 40.\ l}{2} = 1380 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} k = \frac{5}{2}.\ l \\ 75.l + 40.l = 2.1380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{2}.\ l \\ 115\ l = 2760 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{2}.\ 24 = 60 \\ l = \frac{2760}{115} = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 24\ Unités \\ k = 60\ Unités \end{cases}$$

Les quantités qui minimisent le coût de production sont $(\boldsymbol{k^*},\ \boldsymbol{l^*})$ **= *(24, 60),*** cette combinaison optimale permet au producteur de maximiser le volume de production pour des ressources disponibles (ou CT) égales à 1380 ^{DA}.

2. La valeur du multiplicateur de Lagrange λ :

De (1) et (2), on a : $\lambda = \frac{3.\ l^{\frac{2}{5}}}{80.k^{\frac{1}{4}}} = \frac{3.\ k^{\frac{3}{4}}}{200.\ l^{\frac{3}{5}}} \Leftrightarrow \lambda = \frac{3.\ (24)^{\frac{2}{5}}}{80.(60)^{\frac{1}{4}}} = \frac{3.\ (60)^{\frac{3}{4}}}{200.\ (24)^{\frac{3}{5}}} = 0{,}048 \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda = 0,048}\ \left(\frac{\boldsymbol{tonnes}}{\boldsymbol{DA}}\right)$

3. L'effet d'une augmentation des ressources disponibles (CT) de 75 ^{DA} sur la quantité produite :

$\lambda = 0{,}048\,\frac{tonnes}{DA}$, c'est-à-dire que le volume de production s'accroît de la valeur λ ($0{,}048\ tonnes$) à chaque accroissement de 1DA de ressources disponibles $\left(\lambda = \frac{\Delta P}{\Delta Rd}\right)$.

Lorsque $\Delta\text{Rd} = +75$ DA, on obtient une variation du volume P égal à : $\Delta\text{P} = \lambda.\Delta\text{Rd} = 0{,}048.(75) = +3{,}6$ tonnes. $\Leftrightarrow \Delta\boldsymbol{P} = \boldsymbol{+3,6\ tonnes.}$

4. Variation des Rd ou CT nécessaire pour accroître la production de 10% :

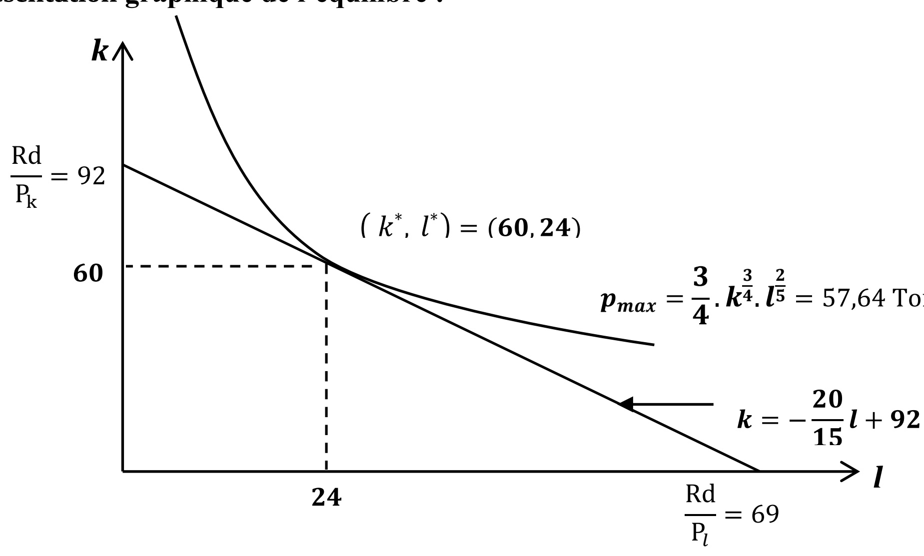
On a : $\frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}} = \mathbf{10\%} \Leftrightarrow \Delta\boldsymbol{P} = (\mathbf{10\%})\boldsymbol{P}$ **/ P = ?**

Le niveau de la production à l'équilibre : $\mathbf{p_{max}}$ $= \text{f}(60{,}24) = \frac{3}{4}\ (60)^{3/4}(24)^{2/5} = 57{,}64$ Tonnes.

$\Delta\boldsymbol{p} = (\mathbf{10\%}).\boldsymbol{P} = \mathbf{0,1.\ 57,64 = +5,764}\ \boldsymbol{tonnes}$

Pour obtenir 5,764 tonnes de production en plus, il faut : $\Delta\text{Rd} = \frac{\Delta\text{P}}{\lambda} = \frac{5{,}764}{0{,}048} = \mathbf{+120,08\ DA}$ **.**

5. Représentation graphique de l'équilibre :



KANDI Nabil & MANAA Nabil