Exercice 1

1. $\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (1.5\vec{\imath} + \vec{\jmath})N \Rightarrow \|\vec{F}_T\| = \sqrt{(1.5)^2 + 1^2} = 1.80N$

   $m = \frac{\|\vec{F}_T\|}{a} = \frac{1.80}{3.6} = 0.5kg$

2. $a = cste \Rightarrow$ le mouvement est uniformément varié, sa vitessea la forme $v(t) = a.t$

   Donc $v(10s) = 3.6 \times 10 = 36\ m/s$

   Les composantes de $\vec{v}$: $\begin{cases} v_x = a_x t = \frac{F_x}{m} t = \frac{1.5}{0.5} \times 10 = 30\ m/s \\ v_y = a_y t = \frac{F_y}{m} t = \frac{1}{0.5} \times 10 = 20\ m/s \end{cases}$

Exercice 2

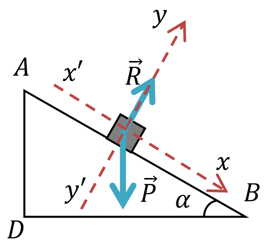
1. Expression de la quantité de mouvement du ballon : $\vec{P} = m\vec{v}$
2. théorèmede la variation de la quantité de mouvement:la variation de la quantité de mouvement d'un système est égale à la somme des forces extérieures s'exerçant sur lui : $\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$

   Dans ce cas on peut écrire $\frac{\Delta P}{\Delta t} = F \Rightarrow \Delta P = F.\Delta t$

   $P - P_0 = F.\Delta t$avec$P_0 = 0$ et $P = mv \Rightarrow mv = F.\Delta t$

   Donc $v = \frac{F.\Delta t}{m} = \frac{560 \times 0.02}{0.450} = 24.9\ m/s$

Exercice 3



1. PFD $\rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

   Proj/(x'x): $mg \sin\alpha = ma$ ....(1)

   Proj/(y'y):$R - mg\cos\alpha = 0$ ....(2)

   (1) $\Rightarrow a = g\sin\alpha = 5m.s^{-2}$

   $a = cste > 0$et$v > 0 \Rightarrow$ le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

   La vitesse v_B : MRUV $\Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 2a.AB$

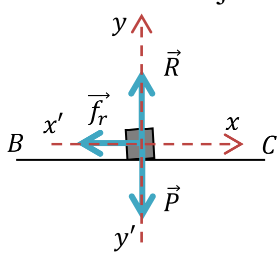
   $$v_A = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{2a.AB} = 6\ m/s$$

2. La vitesse v_D au point D si la masse fait une chute libre de A à D :

   Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, son accélération est g, donc :

   $$v_D^2 - v_A^2 = 2g.AD = 2g.AB\sin\alpha \Rightarrow v_D = \sqrt{2g.AB\sin\alpha} = 6\ m/s$$

   Conclusion : En partant de la même hauteur,la vitesse d'une masse sur un trajet lisse est égale à sa vitesse en chute libre.



3. La nature du mouvement sur le planBC :

   PFD $\rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f_r} = m\vec{a'}$

   Proj/(x'x): $-f_r = ma'$ ....(3)

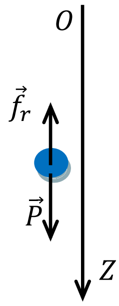
   Proj/(y'y):$R - mg = 0$ ....(4)

   $f_r = \mu_c R = \mu_c mg$, donc l'équation (3) devient :

   $-\mu_c mg = ma' \Rightarrow a' = -\mu_c g = -5\ m.s^{-2}$le mouvement est rectiligne uniformément retardé ($a = cste < 0$et $v > 0$).

La distance BC : $v_C^2 - v_B^2 = 2a'.BC$avec $v_C = 0, \Rightarrow BC = -\frac{v_B^2}{2a'} = 3.6\ m$

Exercice 4



1. De schéma ci-contre : $\vec{P}$ force de pesanteur, $\vec{f_r}$ force de frottement.
2. Equation vectoriel du mouvement

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \rightarrow \vec{P} + \vec{f_r} = m\vec{a}$$

3. Projection sur oz : $P - f_r = ma$

$$mg - \alpha v = m\frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{\alpha}{m}v \rightarrow \frac{dv}{g - \frac{\alpha}{m}v} = dt$$

$$\frac{\left(-\frac{\alpha}{m}\right)dv}{g - \frac{\alpha}{m}v} = -\frac{\alpha}{m}dt \rightarrow \int \frac{\left(-\frac{\alpha}{m}\right)dv}{g - \frac{\alpha}{m}v} = -\int \frac{\alpha}{m}dt \rightarrow \ln\left(g - \frac{\alpha}{m}v\right) = -\frac{\alpha}{m}t + C''$$

$$g - \frac{\alpha}{m}v = C'.\exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right) \rightarrow v = \frac{gm}{\alpha} + C.exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right)$$

à$t = 0s \rightarrow v = 0 \rightarrow 0 = \frac{gm}{\alpha} + C \rightarrow C = -\frac{gm}{\alpha}$

$v = g\tau\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$, avec $\tau = \frac{m}{\alpha}$

4. l'expression de α :

On a $v = \frac{gm}{\alpha}\left[1 - exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right)\right]$ lorsque $v = v_{lim}$ le mouvement devient uniforme c'est-à-dire la vitesse est indépendante du temps donc $v = v_{lim} = \frac{gm}{\alpha}$

Autre méthode :

$$v_{lim} = \lim_{t\to\infty} v(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{gm}{\alpha}\left[1 - exp\left(-\frac{\alpha}{m}t\right)\right] = \frac{gm}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{gm}{v_{lim}} \rightarrow \alpha = 4.36\ kgs^{-1}$$

Exercice 5

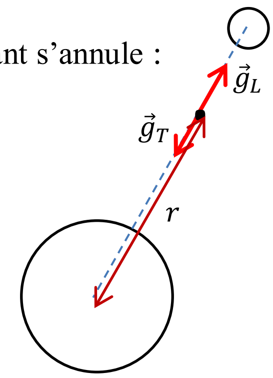
1. Intensité du champ de pesanteur terrestre quand le satellite est à mi-chemin entre la terre et la lune :

$g_T = G\frac{M_T}{(d/2)^2}$; A. N. : $g_T = 1.08 \times 10^{-2}\ N/kg$

Intensité du champ de pesanteur terrestre quand le satellite est à mi-chemin entre la terre et la lune :

$g_L = G\frac{M_L}{(d/2)^2}$; A. N. : $g_L = 1.33 \times 10^{-4}\ N/kg$

2. La distance, depuis le centre de la terre, à laquelle le champ résultant s'annule :



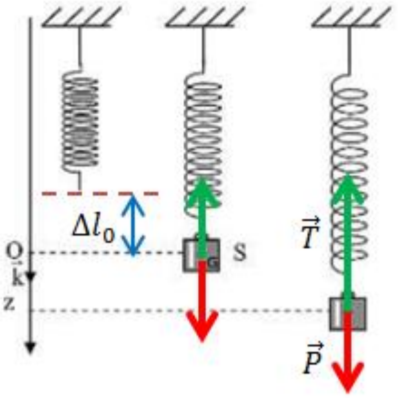
$$g_T = g_L \Rightarrow G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_L}{(d-r)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{(d-r)^2} = \frac{M_T}{M_L} \Rightarrow \frac{r}{d-r} = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}} = 9.01$$

$$\Rightarrow 9.01d - 9.01r = r \Rightarrow 10.01r = 9.01d$$

$\Rightarrow r = \frac{9.01}{10.01}d$, donc $r = 3.46 \times 10^8 m$

Exercice 6



1. L'allongement du ressort à l'équilibre :

   $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \rightarrow$ Proj/OZ : $P - T = 0$

   $$\Rightarrow mg = k.\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0$$

   $\Delta l_0 = \frac{0.3 \times 10}{100} = 0.03\ m = 3\ cm.$

2.

a. Equation différntille du mouvement :

   PFD $\rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$;

   Projection sur Oz : $P - T = ma_z$

   $\Rightarrow mg - k.(\Delta l_0 + z) = ma_z$

   $mg - k.\Delta l_0 - kz = m\ddot{z}$. On a $mg - k.\Delta l_0 = 0 \Rightarrow -kz = m\ddot{z}$

   $\Rightarrow$ L'équation différentielle du mouvement est : $\ddot{z} + \frac{k}{m}z = 0$ équation de deuxième degrée sa solution est sinusoidale.

b. L'équation horaire du mouvement : $z(t) = Z_m \cos(\omega t + \varphi)$

   avec$Z_m = z_1 = 2cm$ (amplitude du mouvement)

   $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0.3}} = 18.26\ rad/s$ (Pulsation du mouvement)

   φ la phase initiale du mouvement. On a $z(0) = z_1 = Z_m \Rightarrow \cos(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

   Donc : $z(t) = 2\cos(18.26t)\ cm$

c. La periode : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{18.26} = 0.344\ s$