proUniversité Abderrahmane MIRA de Bejaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département des enseignements de base pour le domaine SEGC. 1ère Année
Semestre I
Année universitaire : 2023/2024.

Dimanche 11/02/2024

جامعة بجاية
Tasdawit n Bgayet
Université de Béjaïa

Microéconomie I : Examen de remplacement

Exercice n°01 : TMS, équilibre du consommateur et coefficients d'élasticité de la demande *(14 points)*

Les préférences d'un consommateur (C) sont résumées dans la fonction d'utilité totale donnée par l'équation suivante : $U_T = f(x, y) = \frac{1}{4} x^{0,2} y^{0,8}$. Dans laquelle **« x »** représente la quantité achetée et consommée du bien « **X** » et **« y »** représente la quantité achetée et consommée du bien « **Y** ». Les prix unitaires des deux biens sont respectivement : $\mathbf{P_x = 45^{DA}}$ et $\mathbf{P_y = 90^{DA}}$. Le revenu du consommateur est : $\mathbf{R = 22500^{DA}}$.

1. Donnez l'expression mathématique du **TMS** $_{y \text{ à } x}$. Calculez sa valeur au point **(x, y) = (10, 20)** et commentez le résultat obtenu. ***(02,5 pts)***

2. Si le consommateur décide de réduire la quantité de « ***Y*** » de **08 unités**, quelle serait la variation de « ***X*** » pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction *(Donnez une réponse complète)* ? ***(02 pts)***

3. Calculez les quantités **(**x^***,** y^***)** qui maximisent l'utilité du consommateur *(Utilisez la méthode de Lagrange)*. ***(02 pts)***

4. Quel est l'effet d'une **diminution** de **50%** du revenu sur le niveau d'utilité du consommateur *(Prenez 3 chiffres après la virgule)* ? ***(02 pts)***

5. Quel effet aura une **baisse** de $\mathbf{04{,}5^{DA}}$ **du prix du bien X** sur la quantité **demandée du bien X** ? *(Prenez 2 chiffres après la virgule)* ***(03 pts)***

6. Déterminez la variation nécessaire de revenu pour avoir une **augmentation** de la quantité optimale demandée du bien X de **20%**. ***(01,5 pt)***

7. Calculez la variation de la quantité demandée du **bien X** causée par une augmentation de **05%** du **prix du bien Y**. ***(01 pt)***

Exercice n°02 : Fonction de production de courte période et productivités physiques *(06 points)*

Soit $P = f(k, l) = 240\sqrt{k\,l^4} - k^2 l^3$ une fonction de production d'une entreprise qui associe deux facteurs ***K*** et ***L*** pour produire des jouets pour enfants.

On admet pour la courte période que le stock du facteur capital est fixe (***k = k₀ = 4 unités***).

1. Déterminez la quantité du facteur ***L*** pour laquelle la productivité marginale s'annule et calculez dans ce cas la quantité produite. ***(02 pts)***

2. Déterminez le niveau maximal de la ***productivité par unité***. ***(02 pts)***

3. Déterminez les coordonnées du point qui ***marque le ralentissement*** de la production. ***(02 pts)***

Recommandations :

- Présentez une copie propre et bien rédigée.
- Utilisez vos propres outils.
- Les réponses aux questions doivent être concises et argumentées.
- Veuillez au respect du bon déroulement de l'examen.
- L'usage du portable est strictement interdit.
- Justifiez vos résultats par des calculs.

Durée : 1h 30 min

L'équipe pédagogique du module Microéconomie 1»

Travaillez-bien !

Université Abderrahmane MIRA de Bejaia Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion Département des enseignements de base pour le domaine SEGC. 1ère Année Semestre I Année universitaire : 2023/2024.	Dimanche 11/02/2024 جامعة بجاية Tasdawit n Bgayet Université de Béjaïa
Microéconomie I : Examen de remplacement	Durée : 1h30min

Exercice 1 : TMS, équilibre du consommateur et coefficients d'élasticité de la demande ***(14 points)***

Les préférences d'un consommateur (C) sont résumées dans la fonction d'utilité totale donnée par l'équation suivante : $U_T = f(x, y) = \frac{1}{4} x^{0,2} y^{0,8}$. $Px = 45\,DA$ et $P_y = 90\,DA$. Le revenu du consommateur est de : $R = 22500\,DA$.

1. Donnez l'expression mathématique du TMS $_{y\,à\,x}$. Calculez sa valeur au point (x, y) = (10, 20) et commentez le résultat obtenu *(02,5 pts)*

$TMS\ y\,à\,x = \frac{Umg_y}{Umg_x}$. $Umg_y = \frac{1}{4} 0,8\, x^{0,2} . y^{-0,2}$ (0,5 pt), $Umg_x = \frac{1}{4} 0,2\, x^{-0,8} . y^{0,8}$ (0,5 pt)

$$TMS\ y\,à\,x = \frac{Umg_y}{Umg_x} = \frac{\frac{1}{4} 0,8\, x^{0,2} . y^{-0,2}}{\frac{1}{4} 0,2\, x^{-0,8} . y^{0,8}} = \frac{4x^{0,2} . x^{0,8}}{y^{0,8} . y^{0,2}} = \frac{4x}{y} \Leftrightarrow TMS\ y\,à\,x = 4\frac{x}{y}$$ (0,5 pt)

$x = 10$ et $y = 20 \Leftrightarrow TMS\ y\,à\,x = 4\frac{10}{20} = 2$ (0,5 pt)

Commentaire du résultat : Le consommateur (I) conserve le même niveau d'utilité, s'il remplace deux unités de « X » par une unité de « Y » (0,5 pt)

2. Si le consommateur décide de réduire la quantité de « *Y* » de 08 unités, quelle serait la variation de « *X* » pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction *(Donnez une réponse complète)* ? *(02 pts)*

$TMS\ y \rightarrow x = 2$, On applique la règle de trois :

	Δ x	Δ y	Δ Ut = 0
TMS y à x = 2	**- 02 Unités**	**+ 1 Unité**	$\Delta\,x = \frac{(-08)*(-02)}{+1} = +16\,Unités$ (1,5 pt)
	Δ x	**- 08 Unités**	

Le consommateur (C) doit consommer 16 unités de plus du bien « X » pour qu'il puisse garder constant son niveau de satisfaction, tout en réduisant sa consommation du bien « Y » de 08 unités (0,5 pt)

3. Calculez les quantités (x^*, y^*) qui maximisent l'utilité du consommateur *(Utilisez la méthode de Lagrange). (02 pts)*

$$\begin{cases} Max\ Ut = f(x, y) \\ S/C\ R = Px.x + Py.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Max\ Ut = f(x, y) = \frac{1}{4}.x^{0,2}.y^{0,8} \\ S/C\ 22500 = 45x + 90y \end{cases},$$

$$L\,(x, y, \lambda) = \frac{1}{4}.x^{0,2}.y^{0,8} + \lambda.(22500 - 45x - 90y)$$

$$\begin{cases} L'(x)=0 \\ L'(y)=0 \\ L'(\lambda)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}.0,2.x^{-0,8}.y^{0,8}-45.\lambda \wedge \text{¿} 0 \\ \frac{1}{4}.0,8.x^{0,2}.y^{-0,2}-90.\lambda=0 \\ 22500-45x-90y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,2.y^{0,8}}{4.x^{0,8}}=45.\lambda \wedge \text{¿} \frac{0,8.x^{0,2}}{4.y^{0,2}}=90.\lambda \\ 22500=45x+90y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda=\frac{.y^{0,8}}{900.x^{0,8}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ \lambda=\frac{.x^{0,2}}{450.y^{0,2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2) \\ 22500=45x+90y\ldots.(3) \end{cases}$$, on met (1) = (2) et on obtient :

$$\begin{cases} \frac{.y^{0,8}}{2x^{0,8}}=\frac{.x^{0,2}}{.y^{0,2}} \\ 22500=45x+90y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=y \\ 22500=45x+90(2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=y \\ 22500=45x+180x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=2x \\ 225x=22500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2(100) \\ x=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=100\,Unit\acute{e}s \\ y=200\,Unit\acute{e}s \end{cases}$$ **(02 pts)**

Le point d'équilibre est donc : ***E (x_E, y_E) = (100, 200).***

4. Quel est l'effet d'une diminution de 50% du revenu sur le niveau d'utilité du consommateur *(Prenez 3 chiffres après la virgule) ? (02 pts)*

Le multiplicateur de Lagrange λ: $\lambda=\frac{.y^{0,8}}{900.x^{0,8}}=\frac{9,21}{9524,09}\cong 0.002\frac{Utils}{DA}$. **(0,5 pt)**

. $\frac{\Delta R}{R}=-50\% \Leftrightarrow \Delta R=22500\frac{-50}{100}=-11250\,DA$. **(0.5 pt)**

On a $\lambda=\frac{\Delta Ut}{\Delta R} \Leftrightarrow \Delta Ut=\lambda.\Delta R=-11250(0,002)=-22,5\,Utils$. **(0.5 pt)**

Une baisse de 50% (11250DA) du Revenu, entraine une diminution de l'utilité totale de 22,5 utils **(0.5 pt)**

5. Quel effet aura une baisse de 04,5^{DA} du prix du bien X sur la quantité demandée du bien X ? *(Prenez 2 chiffres après la virgule) (03 pts)*

On doit déterminer, tout d'abord, la fonction de demande du bien X par l'application de la condition d'équilibre :

$$\begin{cases} \frac{Um_x}{P_x}=\frac{Um_y}{P_y} \\ R=P_x x+P_y y \end{cases} \leq \text{¿} \begin{cases} \frac{\frac{1}{4}.0,2.x^{-0,8}.y^{0,8}}{P_x}=\frac{\frac{1}{4}.0,8.x^{0,2}.y^{-0,2}}{P_y} \\ R=P_x x+P_y y \end{cases} \leq \text{¿} \begin{cases} 4P_x x=P_y y \\ R=P_x x+4P_x x \end{cases}$$

Donc, on aura une fonction de demande du bien « X » donnée par : $x^d=f(R,P_x)=\frac{R}{5P_x}$ **(01 pt)**

Par la suite, on calcule le coefficient de l'élasticité-prix directe :

$$e_{P_x}=\frac{\frac{\partial x^d}{\partial P_x}*P_x}{x^d}=\frac{\frac{-5R}{(5P_x)^2}*P_x}{\frac{R}{5P_x}}=-1$$ **(01 pt)**

$$\frac{\Delta P_x}{P_x} * 100\% = \frac{-4{,}5}{45} * 100\% = -10\%$$ **(0,5 pt)**

On a :

$$e_{P_x} = \frac{\frac{\Delta x^d}{x^d}}{\frac{\Delta P_x}{P_x}} = ¿ \frac{\Delta x^d}{x^d} = \frac{e_{P_x} * \Delta P_x}{P_x} = -1 * (-10\%) = +10\%$$ **(0,5 pt)**

Donc, la quantité demandée du bien « X » augmentera de 10% si le prix du bien « X » diminue de 04,5^{DA} (10%) **(0,5 pt)**

6. Déterminez la variation nécessaire de revenu pour avoir une augmentation de la quantité optimale demandée du bien X de 20%. *(01,5 pt)*

On a : $e_R = \frac{\frac{\partial x^d}{\partial R} * R}{x^d} = \frac{\frac{1}{5P_x} * R}{\frac{R}{5P_x}} = \frac{\frac{1}{5P_x} * R * 5P_x}{R} = +1$ **(0,5 pt)**

$$e_R = \frac{\frac{\Delta x^d}{x^d}}{\frac{\Delta R}{R}} = ¿ \frac{\Delta R}{R} = \frac{\frac{\Delta x^d}{x^d}}{e_R} = \frac{+20\%}{+1} = +20\%$$ **(0,5 pt)**

Pour avoir une augmentation de la quantité optimale demandée du bien « X » de 20%, le revenu du consommateur doit augmenter de 20% **(0,5 pt)**

7. Calculez la variation de la quantité demandée du bien X causée par une augmentation de 05% du prix du bien Y. *(01 pt)*

Les deux biens « X » et « Y » sont indépendants, puisque la fonction de demande du bien « X » ne dépend pas de « P_y » ¿¿). Donc, quelque soit la variation de Py, cette variation n'affecte en rien la quantité demandée du bien « X ». **(01 pt)**

Exercice n°02 : Fonction de production de courte période et productivités physiques *(06 points)*

Soit $P = f(k, l) = 240\sqrt{k\,l^4} - k^2 l^3$ une fonction de production d'une entreprise qui associe deux facteurs ***K*** et ***L*** pour produire des jouets pour enfants.

On admet pour la courte période que le stock du facteur capital est fixe (***k = k₀ = 4 unités***).

1. Déterminez la quantité du facteur *L* pour laquelle la productivité marginale s'annule et calculez dans ce cas la quantité produite. *(02 pts)*

$PPT_l = f(k_0, l) = 240\sqrt{4\,l^4} - (4)^2 l^3 = 480\,l^2 - 16\,l^3$ **(0,5 pt)**

$$PPm_l = \frac{d\,PPT_l}{dl} = 960\,l - 48\,l^2$$ **(0,5 pt)**

$PPm_l = 0 \leq ¿ 960\,l - 48\,l^2 = 0 \leq ¿ l(960 - 48\,l) = 0 \leq ¿ l = 20\,unit\acute{e}s$ **(0,5 pt)**

$PPT_l = f(20) = 480(20)^2 - 16(20)^3 = 480*400 - 16*8000 = 64000\, unit\, é\, s$ **(0,5 pt)**

2. Déterminez le niveau maximal de la *productivité par unité*. *(02 pts)*

$PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = 480\, l - 16\, l^2$ **(0,5 pt)**

$\frac{d\, PPM_l}{dl} = 0$**(0,5 pt)** $\text{¿} > 480 - 32\, l = 0 \leq \text{¿}\, l = 15\, unités$ **(0,5 pt)**

$PPM_{l=15} = 480(15) - 16(15)^2 = 7200 - 3600 = 3600\, unit\, é\, s$ **(0,5 pt)**

3. Déterminez les coordonnées du point qui *marque le ralentissement* de la production. *(02 pts)*

Le point qui marque le ralentissement de la production correspond au point d'inflexion de la courbe représentative du produit physique total du facteur de production « L » **(0,5 pt)**

$\frac{d\, PPm_l}{dl} = 0\, (0{,}5\, pt) \leq \text{¿}\, 960 - 96\, l = 0 \leq \text{¿}\, l = 10\, unit\, é\, s\, (0{,}5\, pt)$

$PPT_l = f(10) = 480(10)^2 - 16(10)^3 = 48000 - 16000 = 32000\, unit\, é\, s\ (0{,}5\, pt)$