

Dr. Hacene GHAROUT est Maître de Conférences en Mathématiques au niveau de l'université de Bejaia.

Né le 13 juin 1975 à Boghni, wilaya de Tizi Ouzou et a

fait ses premières études au niveau du Primaire et

Collège de Ain zaouia, Bac Maths obtenu en 1993

au lycée Ali Mellah de Draa El Mizan, Algérie. Il a

obtenu son Diplôme des études supérieures en Mathématique à l'université

Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, Magister et Doctorat à l'université

Abderrahmane Mira de Bejaia. Enseignant chercheur à l'université

Abderrahmane Mira de Bejaia depuis 2004, il a enseigné les mathématiques au

niveau du département Génie des Procédés, puis Maths 1, Maths 2 et l'analyse

numérique au département Sciences et techniques, et ensuite les cours de

mathématiques, statistiques et biostatistiques pour les étudiants du premier

cycle Faculté des Sciences de la Nature et de la Vie. Le docteur Gharout, est

aussi auteur de plusieurs articles scientifiques et communications dans le

domaine des systèmes dynamiques discrets et également dans la théorie des

jeux.



Cours de Mathématiques

(cours, exercices de Maths et de statistiques)

Auteur :

Dr. GHAROUT Hacene

Maitre de conférences

Université Abderahmane MIRA Béjaia



ISBN رقمك

978-9969-9753-3-8

Edition 2024

Cours de Mathématiques

(cours, exercices de Maths et de statistiques)

Auteur : Dr. Hacene GHAROUT

-Maison des universitaires-
1^{ère} édition : 2024

Préface

Cet ouvrage permet aux étudiants des premiers cycles de se familiariser avec les mathématiques et les statistiques à travers des exemples et un panier d'exercices corrigés. Les différents outils mathématiques (fonctions et intégrales) utilisés en statistique, particulièrement en biostatistique leur permet de passer du stade d'observation vers le stade de description et de calculs statistiques.

Le document est structuré en trois parties, dont la première partie constitue un rappel des mathématiques sur les fonctions, la deuxième partie aborde la statistique descriptive et la dernière partie concerne les méthodes de dénombrements d'objets statistiques (analyse combinatoire), utiles en théorie des probabilités, accompagnées de l'étude de certaines lois de probabilités discrètes et continues, en l'occurrence loi de Bernoulli, loi Binomiale, loi de Poisson, loi Normale, loi Normale rentrée réduite et loi exponentielle.

Hacene Gharout
Maître de Conférences en Mathématiques
Université de Bejaia, Algérie.

Table des matières

1	Les fonctions numériques d'une variable réelle	7
1	Généralités	7
1.1	Concepts de base et notations	7
1.2	Domaine de définition	8
1.3	Parité des fonctions	9
1.4	Périodicité des fonctions	10
1.5	Fonction composée	11
1.6	Bijection des fonctions	11
1.7	L'inverse d'une fonction	12
2	Limites d'une fonction	13
2.1	Limites en un point x_0	13
2.2	Limites en $+\infty$ et $-\infty$	16
2.3	Opérations sur les limites	16
2.4	Quelques théorèmes et méthodes de calcul des limites	17
3	Continuité d'une fonction	21
3.1	Définitions	21
3.2	Prolongement par continuité	23
3.3	Propriétés des fonctions continues	23
3.4	Théorèmes sur les fonctions continues	23
4	Dérivabilité d'une fonction	26
4.1	Définitions	26
4.2	Propriétés des fonctions dérivables	27
4.3	Dérivée, sens de variation et extremums	29
4.4	Règle de l'Hôpital	31
4.5	Dérivées successives et formule de Leibniz	32
5	Exercices et corrigés	35
5.1	Exercices	35
5.2	Corrigés	36
2	Intégration d'une fonction	41
1	Primitives et intégrales	41
1.1	Primitives des fonctions usuelles	42
1.2	Intégrales	44

1.3	Propriétés des intégrales définies	44
1.4	Application des intégrales au calcul d'aire	44
2	Méthodes d'intégration	46
2.1	Formule d'intégration par parties	46
2.2	Changements de variable	47
2.3	Décomposition en éléments simples	49
3	Intégrales de type $\int R(\sin(x), \cos(x))dx$	52
4	Intégrales impropres	54
5	Exercices corrigés	56
5.1	Exercices	56
5.2	Corrigés	57
3	Statistiques descriptives	63
1	Introduction	63
1.1	Concepts de base	63
1.2	Types de caractères	64
2	Tableaux statistiques et représentations graphiques	64
2.1	Tableau statistique relatif à un caractère qualitatif et sa représentation graphique	65
2.2	Tableaux statistiques relatifs à un caractère quantitatif et représentations graphiques	67
3	Fréquences relatives cumulées et effectifs cumulés	70
3.1	Variable statistique discrète	71
3.2	Variable statistique continue	72
4	Paramètres d'une variable statistique	73
4.1	Moyenne arithmétique	73
4.2	La médiane	75
4.3	Le mode	77
5	Paramètres de dispersion	78
5.1	Étendu	78
5.2	Variance et écart type	78
5.3	Les quartiles	79
4	Analyse combinatoire	83
1	Introduction	83
1.1	Notion de répétition	83
1.2	Notion d'ordre	83
1.3	Factoriel d'un entier n	84
2	Arrangements	84
2.1	Arrangement sans répétition	84
2.2	Arrangement avec répétition	85
3	Permutations	85
3.1	Permutation sans répétition	85

3.2	Permutation avec répétition	86
4	Combinaisons	86
4.1	Combinaison sans répétitions (sans remises)	86
4.2	Combinaison avec répétitions (avec remises)	87
4.3	Propriétés des combinaisons et binôme de Newton	88
5	Exercices et corrigés	90
5.1	Exercices	90
5.2	Corrigé des exercices	92
5	Rappel sur la théorie des probabilités	97
1	Expérience aléatoire et événement	97
1.1	Expérience aléatoire	97
1.2	Événement	97
2	Relations et opérations entre les événements	97
2.1	Inclusion	97
2.2	Événement contraire	98
2.3	Union (Disjonction)	98
2.4	Intersection (Conjonction)	98
2.5	Événements incompatibles (disjoints)	99
2.6	Système complet d'événements	99
3	Définition axiomatique de la probabilité	99
4	Définition classique des probabilités	101
5	Probabilités conditionnelles	102
6	Formule des probabilités composées	103
7	Événements indépendants	103
8	Formule des probabilités totales	104
9	Théorème de Bayes	105
10	Exercices et corrigés	107
10.1	Exercices	107
10.2	Corrigés	108
6	Variables aléatoires	113
1	Variables aléatoires discrètes	113
1.1	Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète	114
1.2	Fonction de distribution et de répartition	115
1.3	Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète	116
1.4	Variance et écart type d'une variable aléatoire discrète	117
2	Variables aléatoires continues	119
2.1	Fonction de répartition	119
2.2	Densité de probabilité	120
2.3	Espérance mathématique et variance d'une variable aléatoire continue	120
2.4	Médiane et mode d'une variable aléatoire continue	123
3	Exercices et corrigés	125

3.1	Exercices	125
3.2	Corrigés	126
7	Lois usuelles de probabilités	133
1	Lois de probabilités discrètes	133
1.1	Loi de Bernoulli	133
1.2	Loi Binomiale	135
1.3	Loi de Poisson	137
1.4	Table de la loi de Poisson	138
1.5	L'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson	140
2	Lois de probabilités continues	141
2.1	Loi Normale	141
2.2	Loi Normale centrée réduite	143
2.3	L'approximation de la loi binomiale par une loi de normale	145
2.4	L'approximation de la loi de Poisson par une loi normale	147
2.5	Loi Exponentielle	148
2.6	Table de la loi normale centrée réduite	149
3	Exercices et corrigés	150
3.1	Exercices	150
3.2	Corrigés	151
	Bibliographie	157

Préambule

L'objectif assigné à ce polycopié est l'initiation des étudiants des tronc communs des sciences de la nature et de la vie aux traitements des données liées à leurs thématiques de travail via les mathématiques et les statistiques, pour comprendre les biostatistiques. La biostatistique, qui est aussi connue sous le nom biométrie, est l'application des statistiques en biologie ; sachant que la statistique est la science dont l'objet est de recueillir, de traiter et d'analyser des données issues de l'observation de phénomènes aléatoires, c'est-à-dire dans lesquels le hasard intervient. Elle nous permet de décrire une population donnée, selon ses attributs et ses qualités, de mesurer la précision d'une estimation ou de définir le degré d'association entre une série de caractères et d'événements. Elle englobe :

- La conception d'expériences biologiques ;
- La collecte d'informations ;
- L'analyse des données chiffrées ;
- L'interprétation des résultats et conclusion.

Ce document permet à l'étudiant de connaître ou de lui rappeler les différents outils mathématiques (fonctions et intégrales) utilisés en biostatistique et de voir différents exemples d'application de la biostatistique dans les sciences expérimentales, et lui permettre de passer du stade d'observation vers le stade de description et de calculs statistiques.

Le document est structuré en trois parties, dont le premier et le second chapitre constituent un rappel des mathématiques et le troisième chapitre aborde la statistique descriptive, qui est un ensemble d'outils permettant de décrire et d'analyser des phénomènes susceptibles d'être dénombrés et classés, elle a pour but de décrire et non d'expliquer. Le quatrième chapitre est consacré à l'introduction des méthodes de dénombrements d'objets statistiques (analyse combinatoire) utiles en théorie des probabilités, qui sera abordée dans le chapitre suivant. Les variables aléatoires discrètes et continues, ainsi que leurs paramètres de positions et de dispersions ont été abordés dans le chapitre six ; suivi de quelques exemples de loi de distributions dans le cas discret (loi de Bernoulli, loi Binomiale, loi de Poisson) et dans le cas continu (loi Normale, loi Normale rentrée réduite) dans le dernier chapitre.

Bibliographie

- [1] A.Ayache and J. Hamonier. *Cours : Statistique Descriptive et Calcul de Probabilités*. Université de Lille. France, 2014.
- [2] A.Ruegg. *Probabilités et Statistique*. Presses Polytechniques et universitaires romandes. Suisse, 4ème edition, 1994.
- [3] B.Scherrer. *Biostatistique*, volume 1. Gaetan Morin, 2ème edition, Novembre 2008.
- [4] B.Scherrer. *Biostatistique*, volume 2. Gaetan Morin, 2ème edition, Mai 2009.
- [5] C.Suquet. *Introduction au calcul de probabilités*. Université des Sciences et Technologies de Lille U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées. France, 2003.
- [6] D.Meghlaoui. *Introduction à la Statistique Descriptive*. Ecole Préparatoire en Sciences Economiques Commerciales et des Sciences de Gestion de Constantine, 2010.
- [7] F.Carrat and A.Mallet. *Biostatistique*. Faculté médecine-Université Pierre et Marie Curie, 2013.
- [8] H.Gharout. *Cours de Biostatistique au profil des étudiants des Troncs Communs Sciences de la Nature et de la Vie*. Université de Bejaia, 2019.
- [9] H.Mzali. *Cours : Statistique et calcul de probabilité*. Ecole Nationale de l'Administration. Tunis, 2013.
- [10] J.P.Lecoutre. *Statistique et probabilités - Cours et exercices corrigés*. Dunod, 2012.
- [11] M.Colin and G. Payette. *Biostatistiques pour les techniques biologiques*. Montréal, Québec, 3ème edition, 2004.
- [12] M.MERCIER. *Biostatistique et probabilités*. Ellipses, 2011.
- [13] R.Balan and G. Lamothe. *Une introduction à la biostatistique*. Presses de l'Université du Québec, 2012.
- [14] V.Morice and A. Mallet. *QCM corrigées et commentées de Biostatistique*. Ellipses, 2012.
- [15] X.Nogues, A. Garenne, X. Bouteiller, and V. Fiévet. *Le cours de Biostatistique*. Collection tout en fiches : Dunod, 2018.



دار الجامعيين
للنشر و الطبع و التوزيع

Adresse : Maison des universitaires pour l'édition,
l'imprimerie et la diffusion, Cité 268 logements LSP, local
405, Oudjlida Tlemcen, Algérie

Téléphone : (+213) 06 99 13 35 15

Adresse mail : maisonuniversitaires@gmail.com

ISBN : 978-9969-9753-3-8

الايداع القانوني: 01/2024

جميع الحقوق محفوظة

لدار الجامعيين للنشر و الطباعة و التوزيع