

### Série de TD n°3

**Exercice 1 :** La loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète  $X$  est définie par :

|              |      |      |     |
|--------------|------|------|-----|
| $x_i$        | 0    | 1    | 2   |
| $P(X = x_i)$ | $3c$ | $2c$ | $c$ |

1. Trouver la valeur de la constante  $c$  et calculer l'espérance et la variance de la v.a.  $X$ .
2. Déterminer la fonction de répartition de la v.a.  $X$ .

**Exercice 2 :** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (1 - x), & \text{si } -1 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

où  $a$  est une constante réelle.

1. Pour quelle valeur de  $a$  la fonction  $f$  est une densité de probabilité?
2. Déterminer dans ce cas l'espérance et la variance d'une variable aléatoire  $X$ , ayant  $f$  comme densité de probabilité.
3. Déterminer sa fonction de répartition.
4. Calculer  $P(X \geq 0)$  et  $P(0 \leq X \leq 1)$ .

**Exercice 3 :** Si la probabilité pour qu'un individu ait une mauvaise réaction à l'injection d'un certain sérum est de 0.001, déterminer la probabilité pour que sur 2000 individus :

1. Trois individus aient une réaction dangereuse.
2. Plus de 2 individus aient une réaction dangereuse.

**Exercice 4 :** Dans une certaine population, la probabilité qu'une personne passe ses vacances à l'étranger est  $p = 0,01$ . On constitue, dans cette population, un échantillon de  $n$  individus et on note  $X$  la variable aléatoire comptant le nombre de personnes passant leurs vacances à l'étranger.

1. On suppose que  $n = 10$ .
  - (a) Quelle loi suit  $X$ ? Déduire la moyenne, la variance et l'écart type de  $X$ .
  - (b) Calculer les probabilités :
    - que 3 personnes passent leurs vacances à l'étranger.
    - qu'au moins 2 personnes passent leurs vacances à l'étranger.
2. On considère le cas  $n = 100$ .
  - (a) Par quelle loi peut-on approcher la loi de  $X$ ?
  - (b) Calculer les probabilités :
    - qu'au plus 3 personnes passent leurs vacances à l'étranger.
    - qu'au moins 2 personnes passent leurs vacances à l'étranger.
3. Reprendre les mêmes questions dans le cas où  $n = 1000$ .