Série de TD N°6

Modèles non linéaires

Exercice N°1 :

Nous avons relevé pour 25 entreprises : la production Q, le facteur capital K et le facteur travail L ; ces variables sont exprimées en millions d'euros.

Une fonction de production de type Cobb-Douglas est de la forme $Q = \alpha_0 K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$.

Les données collectées sont présentées dans le tableau suivant :

K	L	Q
8	23	106
9	14	81,08
4	38	72,8
2	97	57,34
6	11	66,79
6	43	98,23
3	93	82,68
6	49	99,77
8	36	110
8	43	118,93
4	61	95,05
8	31	112,83
3	57	64,54
6	97	137,22
4	93	86,17
2	72	56,25
3	61	81,1
3	97	65,23
9	89	149,56
3	25	65,43
1	81	36,06
4	11	56,92
2	64	49,59
3	10	43,21
6	71	121,24

On demande :

1. De donner une interprétation économique des coefficients α_1, α_2 ;
2. D'estimer les paramètres du modèles et de commenter les résultats ;
3. De calculer le risque α de première espèce concernant l'hypothèse des rendements d'échelle constants.

Exercice N°2 :

Les modèles de cycle de vie d'un produit, appelés parfois modèles de diffusion, ont pour objet de déterminer l'évolution probable des ventes d'un produit connaissant le seuil de saturation, puisqu'il est vérifié que les ventes évoluent en fonction du temps, un rythme alternativement lent, puis rapide jusqu'à maturité (seuil de saturation) qui correspond à un point d'inflexion à partir duquel le rythme de croissance des ventes diminue. On dispose des informations sur les ventes d'un produit :

années	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ventes	24	36	45	49	54	63	78	79	83	99

On se propose d'ajuster sur ces données un modèle du type :

$$Y_t = \frac{Y_{max}}{1 + br^t}$$

On prendra $Y_{max}=100$ qui représente le seuil de saturation et r la vitesse de diffusion.