Université A/ Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie
$1^{ère}$ année ST

Juin 2020

Série de TD n° 04 de Maths 2

– Systèmes d'équations linéaires –

Exercice 1.
On considère le système linéaire suivant :

$$(S) : A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{où} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Montrer que la matrice inverse de A est la matrice suivante :

$$B = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 2 & -10 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -3 & -9 & 10 \end{pmatrix}.$$

2. Déduire la solution du système linéaire (S).

Exercice 2.
Soit le système linéaire (S) suivant :

$$(S)\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

Résoudre le système linéaire (S) :

1. En utilisant la méthode de la matrice inverse.
2. Par la méthode de Cramer.

Exercice 3.
On considère le système (S_m) suivant

$$(S_m)\begin{cases} (m-1)x + y + z = 1 \\ x + (m-1)y + z = 1 \\ x + y + (m-1)z = 1 \end{cases}$$

où m est un paramètre réel.

1. Ecrire le système (S_m) sous forme matricielle : $A_m X = b$ où A_m est une matrice à expliciter.
2. Calculer le déterminant de A_m et donner une condition pour que (S_m) admet une solution unique. Puis donner cette solution.

Indication : $m^3 - 3m^2 + 4 = (m+1)(m-2)^2$, pour $m \in \mathbb{R}$.

Exercice Supplémentaire
Résoudre le système linéaire (S) suivant :

$$(S)\begin{cases} x + 3y + 4z = 50 \\ 3x + 5y - 4z = 2 \\ 4x + 7y - 2z = 31 \end{cases}$$

1. En utilisant la méthode de la matrice inverse.
2. Par la méthode de Cramer.